Absolute spektrale und räumliche Intensitätsverteilungen der Röntgen-Bremsstrahlung dicker Antikathoden bei Elektronenenergien zwischen 0,2 und 0,8 MeV

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Johannes Jakschik

aus Gorasdze

1965

Druck:

ERNST-REUTER-GESELLSCHAFT
der Förderer und Freunde der Freien Universität Berlin e.V.

DISSERTATIONS-DRUCKSTELLE

1 Berlin 33, Garystr. 45

Absolute spektrale und räumliche Intensitätsverteilungen der Röntgen-Bremsstrahlung dicker Antikathoden bei Elektronenenergien zwischen 0,2 und 0,8 MeV

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Johannes Jakschik

aus Gorasdze

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN

1. Referent: Professor Dr. H. Lassen
2. Referent: Professor Dr. R. Honerjäger

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juli 1965

Tag der Promotion: 24. NOV. 1965

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Versuchsaufbau 4

2.1 Strahlungsquelle 4
2.11 Spannungsregelung 4
2.12 Elektronenstromregelung 7
2.2 Elektronenstrahlführung 9
2.21 90^{o}-Umlenkung des Elektronenstrahls 9
2.3 Strahlauffänger und Antikathoden 10
2.4 Elektronenbeugung 10
2.5 Kollimation der Bremsstrahlung 11
2.6 Spektrometer 11

3. Messung der Impulshöhenspektren und Auswertung 12

3.1 Spannungsmessung 12
3.2 Strommessung 13
3.3 Impulshöhenspektren 15
3.4 Zählverluste 15
3.5 Entfaltung der Impulshöhenspektren 17
3.6 Photonenschwächung 18
3.61 Photonenschwächung in der Antikathode 19

4. Ergebnisse und Diskussion 23

4.1 Intensitätsverteilungen 23
4.11 Vergleich mit anderen Messungen 32
4.12 Isochromaten 33
4.2 Integrale räumliche Intensitätsverteilung 37
4.3 Abgestrahlte Gesamtintensität 41
4.4 Wirkungsgrad der Bremsstrahlungserzeugung 44

5. Fehlerbetrachtungen 46

5.1 Fehlerfortpflanzung bei der Iterationsmethode . . . 46

6. Zusammenfassung 53

7. Literaturverzeichnis 55

1. Einleitung

Die Einteilung experimenteller Untersuchungen an kontinuierlichen Elektronen-Bremsspektren nach der Dicke der verwendeten Antikathoden ist durch den unterschiedlichen physikalischen Informationsgehalt der Ergebnisse bedingt. Absolute, azimutabhängige spektrale Intensitätsmessungen an dünnen Targets ergeben unmittelbar den nach Energie und Streuwinkel differentiellen Wirkungsquerschnitt der Photonenerzeugung. - Eine Antikathode wird hierbei als dünn bezeichnet, wenn Mehr- und Vielfachstreuprozesse der Elektronen gegenüber der Einfachstreuung vernachlässigt werden können. - Die Ergebnisse werden zur Prüfung quantentheoretischer Berechnungen des Wirkungsquerschnittes von SOMMERFELD, BETHE, HEITLER, SAUTER u.a. herangezogen. Arbeiten hierzu sind im Handbuch [1] und in einer Zusammenfassung bisheriger Ergebnisse auf diesem Gebiet von KOCH und MOTZ [2] referiert. Eine neuere Untersuchung von KLASMEIER [3] bei Grenzenergien von 95 und 180 keV sei hier noch erwähnt. Abweichungen in positiver Richtung der experimentellen Wirkungsquerschnitte von den in Bornscher Näherung berechneten werden durch Annahmen für Abschirmungseffekte und Coulomb-Korrektur erklärt. Nach Messungen von MOTZ [4] liegen die differentiellen Wirkungsquerschnitte bei 500 und 1000 keV etwa um den Faktor 2 über den nach der BETHE-HEITLERschen Theorie berechneten Werten.

Spektrale Messungen an dicken Antikathoden, in denen die Primärelektronen bis auf die rückdiffundierten ihre gesamte kinetische Energie durch inelastische Stoßprozesse verlieren, ergeben Aussagen über den totalen Strahlungsverlust der Elektronen, den Wirkungsgrad der Bremsstrahlerzeugung sowie über den Diffusionsvorgang der Elektronen im Target. Darüber hinaus ist die spektrale Intensitätsverteilung der dicken Antikathode in den verschiedenen Anwendungsgebieten der Röntgen-Bremsstrahlung von Interesse. Ihre theoretische Beschreibung erfolgt durch ein Integral über spektrale Verteilungen dünner Antikathoden mit verschiedenen Anfangsenergien und -richtungen der Elektronen wie sie aus der Streutheorie folgen. Die Integration wurde mit verein-

fachenden Annahmen von KRAMER, WENTZEL, SOMMERFELD, SCHIFF u.a. ausgeführt (vgl. BLOCHIN [5]). BLUNCK [6] gibt eine Methode zur Vereinfachung des geschlossenen Integralausdruckes ohne Vernachlässigungen an. Dazu werden die Elektronen-Winkelverteilungen, die sich bei der Diffusion im Target einstellen, und die nach Photonenenergie und Streuwinkel differentiellen Wirkungsquerschnitte nach Kugelfunktionen entwickelt. MILLER, MOTZ und CIALELLA [7] haben nach diesem Verfahren die spektrale Intensitätsverteilung einer dicken Wolfram-Antikathode bei einer Grenzenergie von 1,4 MeV für Azimute 0° und 90° berechnet und mit ihren Meßergebnissen verglichen. Die experimentell gefundenen Intensitäten im Spektrum liegen um etwa den Faktor 2 über den berechneten Werten. Die Messungen wurden mit einem magnetischen Compton-Spektrometer durchgeführt. Bei Grenzenergien von 50 und 100 keV hat EHRLICH [8] mit einem Szintillationsspektrometer gemessene absolute spektrale Intensitätsverteilungen mit der SOMMERFELDschen Theorie verglichen. Die berechneten Intensitäten sind größer als die experimentellen Ergebnisse. Diese Relation gilt auch für den Wirkungsgrad der Bremsstrahlerzeugung im Energiebereich bis 100 keV, wie von KIRKPATRICK und WIEDMANN [9] angegeben.

Untersuchungen der räumlichen Intensitätsverteilung wurden zur Prüfung der SOMMERFELDschen Theorie über die Voreilung des Intensitätsmaximums mit zunehmender Elektronenenergie vorgenommen. Die Messungen erfolgten an dünnen und auch dicken Antikathoden, dann jedoch mit stark vorgefilterter Strahlung spektral in der Nähe der hochenergetischen Kante, bis zu Energien von 300 keV (zitiert in [1]). BUECHNER, Van de GRAAFF, BURRILL und SPERDUTO [10] haben die über die Photonenenergie integrierte Intensität bei Energien zwischen 1,25 und 2,35 MeV von Beryllium- und Gold-Antikathoden winkelabhängig durch Messung der Dosisleistung bestimmt.

Bei Grenzenergien um 500 keV liegen keine Untersuchungen der absoluten spektralen und räumlichen Intensitätsverteilungen der Röntgenbremsstrahlung dicker Antikathoden vor.

In diesem Energiegebiet liegen für den Entstehungsprozeß der Bremsstrahlung weder nichtrelativistische noch extrem relativistische Verhältnisse vor. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Messungen für Grenzenergien 0,2; 0,4; 0,6 und 0,8 MeV bei Azimutwinkeln zwischen 0 und 80° für dicke Antikathoden der Ordnungszahlen 4, 13, 24, 47 und 79 durchgeführt. - Das verwendete Szintillationsspektrometer, die Spektrometermatrix und die Entfaltungsmethode zur Umrechnung der Impulshöhenspektren in Photonenspektren sind in der Arbeit von HASHMI [11] beschrieben. - Die angegebenen spektralen Intensitätsverteilungen sind bezüglich der Photonenschwächung auf dem Wege Target - Detektorkristall korrigiert. Die Korrektur der Photonenschwächung in der Antikathode wurde mit einem Näherungsverfahren durchgeführt. Aus den Meßergebnissen wird der totale Strahlungsverlust pro Elektron und der Wirkungsgrad der Bremsstrahlungserzeugung bestimmt. Für einzelne Ergebnisse werden Vergleiche mit Angaben in der Literatur vorgenommen.

2. Versuchsaufbau

Abb. 1 zeigt die wesentlichen Teile des experimentellen Aufbaus. Soweit nicht anders vermerkt beziehen sich im folgenden benutzte Abkürzungen auf diese Darstellung.

2.1 Strahlungsquelle

Als Strahlungsquelle diente ein Van de Graaff-Generator offener Bauweise mit einer vierstufigen Elektronenbeschleunigungsröhre. Die maximal erreichbare Spannung beträgt ca 1 MV. Einzelheiten sind in [12] beschrieben. Staubansammlungen auf der Generatorelektrode und den Potentialringen verursachen durch ihre Koronawirkung Schwankungen der Beschleunigungsspannung und der Potentialverteilung längs der Röhre und damit Lage- sowie Stromdichteänderungen des Brennflecks. Entwicklung und Bau einer Spannungs- und Elektronenstromregelung waren daher erforderlich. In die absoluten Intensitätsmessungen der Bremsstrahlung geht zwar der Elektronenstrom nur als Integral über die Meßzeit ein, so daß ein Stromintegrator ausreichend gewesen wäre. Bei stärkeren Schwankungen wird jedoch die Korrektur für Zählverluste umständlich. Beide Regeleinheiten bestehen aus je einem schnelleren, proportional wirkenden und einem langsamen, integral wirkenden Stellglied.

2.11 Spannungsregelung

Als Istwertgeber für diese Regelung wird ein Scheiben-Rotationsvoltmeter mit Synchronmotor-Antrieb benutzt. Der Einbau mußte an einem Ort erfolgen, an dem durch Geometrieänderungen im Raum (z.B. Schwenken des Kollimatortisches) das elektrische Feld nur vernachlässigbar gestört wird. Der Wechselstrom des rotierenden Voltmeters wird mit einem Kathodenverstärker verstärkt und anschließend gleichgerichtet. Aus erdungstechnischen Gründen ist ein Übertrager zwischengeschaltet. Den Sollwert liefert eine mit Zenerdioden stabilisierte Batteriespannung, einstellbar mit einem 10gängigen Wendelpotentiometer. In den Meßpausen wird der Akkumulator über eine Ladeschaltung mit Zenerdioden auf gleichen Ladezustand gebracht. Bei thermischer Stabilisierung der Einheit

U_K,U_W: Kegel-, Wehneltzylinder-Vorspannung
F_s : Fokussierungssprühspitze
M : Strahlrichtungskorrektur-Magnete
B,F : Blenden und Beobachtungsfenster
Mag : 90°-Umlenkmagnet
Sp : Zylinderspulen
T,Fb : Antikathode und Strahlauffänger
B_1-B_6: Bleiblenden
D : Detektor in Bleiabschirmung
O,K : Objektkammer und Kamera
MU : Spannungsregelmotor mit Koronaspitze
MJ : Stromregelmotor
Rg.-Tr: Regeltriode
Li : Helligkeitsmodulierte Lichtquelle
V : Schiebeventil

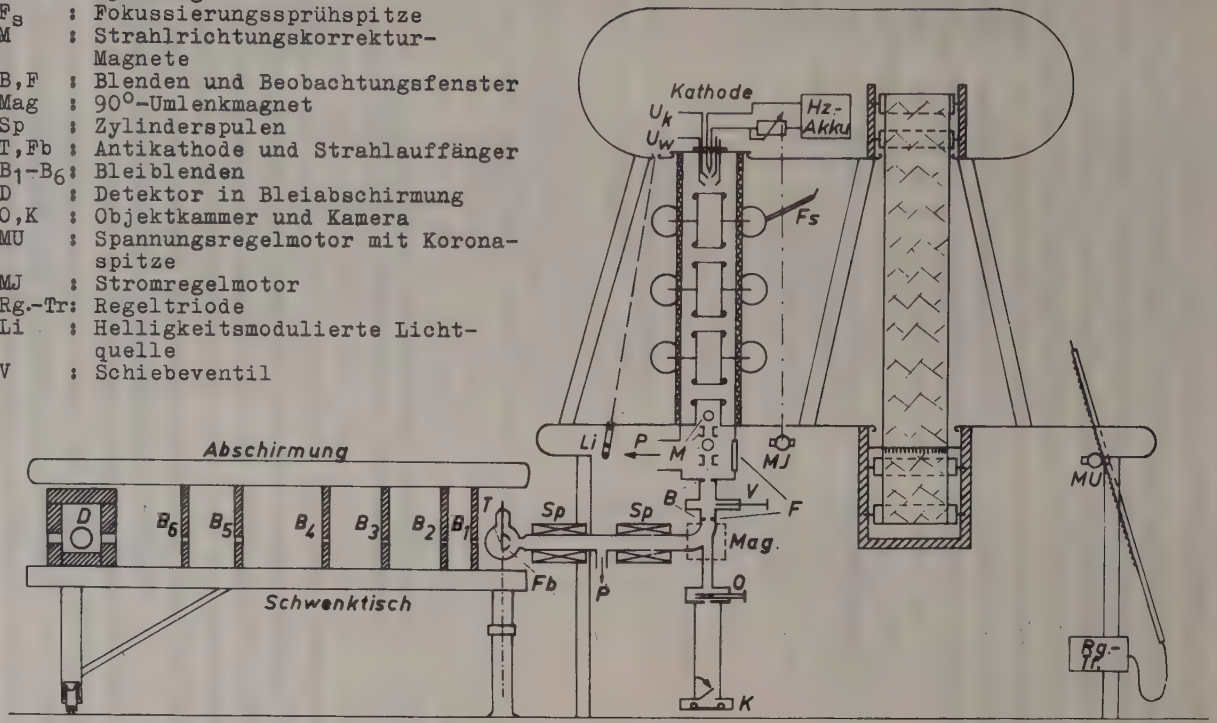

Abb. 1: Experimenteller Aufbau: Van de Graaff-Generator, Beschleunigungsröhre, Kollimatorschwenktisch

ist eine Konstanz der Sollwertspannung auf besser als $5 \cdot 10^{-4}$ über Monate gewährleistet.

Die Regelabweichungen werden mit einem transistorierten Gleichstromverstärker der Fa. Knick, Type T verstärkt der Motorsteuerschaltung für den Sprühspitzenstellmotor (MU) und parallel der Gittersteuerschaltung für die Regeltriode 2C53 zugeführt. Diese beiden Schaltungen sind in Abb. 2 angegeben. Bemerkenswert ist die im Gegensatz zu Brückenschaltungen fast verlustfrei arbeitende Umkehrsteuerung des Motors

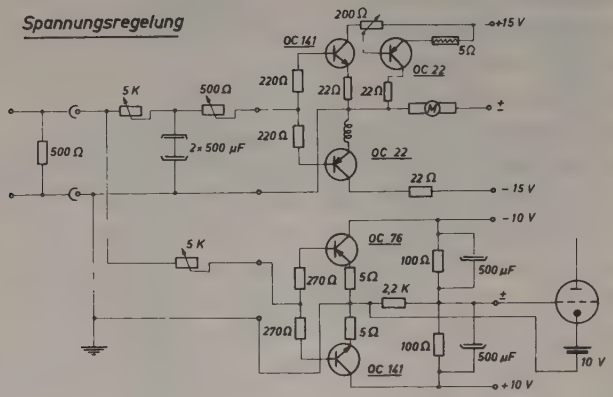

Abb. 2: Komplementärschaltungen zur Motorumkehrsteuerung und Aussteuerung der Regeltriode.

mit einem positiven bzw. negativen Eingangssignal bei paralleler Verwendung eines pnp-(OC 22) und eines npn-Transistors (OC 141). Der auf den OC 141 folgende zweite OC 22 macht es nicht erforderlich, daß der npn- und pnp-Transistor symmetrisch gleiche Eigenschaften haben wie es etwa beim OC 76 und OC 141 in der Gittersteuerschaltung darunter der Fall ist. Die Symmetrisierung der Schaltung erfolgt über das 200 Ω-Potentiometer im Emitterkreis des OC 141. Die Regelwiderstände mit der Kapazität am Eingang dienen zur Einstellung der Zeitkonstanten und zur Abschwächung von Rückwirkungen beim Anlaufen des Motors.

Mit der Sprühspitzenverstellung kann die Generatorspannung zwischen 100 kV und ca. 1000 kV variiert werden. Die Regeltriode ändert eine positive Vorspannung der Sprühspitze zwischen 1 und 8 kV und beeinflußt so die Koronacharakteristik. Ihr Regelhub in Einheiten der Generatorspannung beträgt ± 10 bis 20 kV, je nach Abstand Spitze - Elektrode und überlappt weit die Ansprechschwelle des Stellmotors. Diese ist für die Langzeitkonstanz der geregelten Spannung maßgebend. Sie wurde durch Abschwächen des Istwert-Signals bei den vier benutzten Arbeitsspannungen auf einen gleichen relativen Wert von ± 2 bis 3 ‰ eingestellt. Eine Kontrolle des Wertes erfolgte an den Lageschwankungen des Elektronenstrahls nach der 90°-Umlenkung. Die Zeitkonstante dieses Reglers ist kleiner als die des Generators (Regelstrecke), die durch

$$\tau_a = \frac{U}{I_o} \cdot C \approx 1 \text{ sec}$$

gegeben ist (U: Generatorspannung, I_o: Kurzschlußstrom, C Generatorkapazität).

2.12 Elektronenstromregelung

Für die Stromregelung wird der im Auffänger (T, Fb) absorbierte Elektronenstrom als Istwert benutzt. Ein Piko-Amperemeter der Fa. Knick dient zur Messung des Elektronenstromes. Es liefert ein in allen Meßbereichen von 10^{-5} bis 10^{-12} A dem Anzeigewert proportionales Gleichspannungssignal. Sollwertgeber, Soll-Istwertvergleich, Regelverstärker und Motorsteuerschaltung sind aus den gleichen Einheiten wie bei der Spannungsregelung aufgebaut. Nur das proportional wirkende Stellglied besteht aus einer durch die Regelabweichungen helligkeitsgesteuerten Lampe (Li). Sie wird auf Photodioden, die sich als Potentiometerwiderstände hochspannungsseitig im Vorspannungskreis des Kathodenkegels befinden, abgebildet. Diese Schaltung bewirkt eine Gittersteuerung des Kathodensystems (Steigerwald-Kathode). Der Regelhub dieses Gliedes muß bei stärker geändertem Elektronenstrom durch Variation der Kegelvorspannung oder mit Blenden vor der Lichtquelle optimalisiert werden, da ein zu großer Verstärkungsfaktor

bei ungünstigen Verhältnissen der Zeitkonstanten des Reglers und der Regelstrecke Anlaß zu Regelschwingungen gibt. Der Stellmotor (MI) greift über einen Isolierfadenantrieb an einem Serienwiderstand im Heizkreis der Kathode an.

Bei einem mittleren Skalenwert des Piko-Amperemeters wird eine Stromkonstanz von $\pm$ 1 bis 1,5 % in den Bereichen 10^{-7} bis 10^{-11} A erreicht. Größere Stromwerte als 10^{-7} A verstärken über den von der Bremsstrahlung erzeugten Ionenstrom im Raum [12] die Kopplung zwischen Spannungs- und Stromregelung und bewirken besonders bei der vorliegenden Strahlführung und Antikathodenanordnung Instabilitäten.

In Abb. 3 sind die geschlossenen Regelkreise mit den Verbindungselementen zwischen Hochspannungsseite und Erdpotential, auf dem sich der Regler befindet, skizziert.

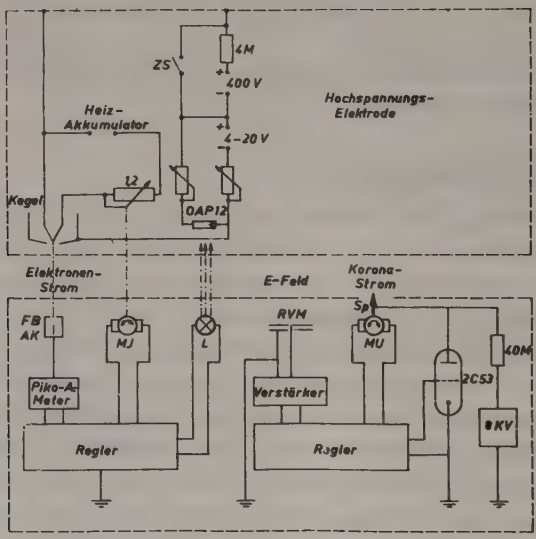

Abb. 3: Prinzipbild der geschlossenen Regelkreise für den Elektronenstrom (links) und die Spannung (rechts).
RVM: Rotationsvoltmeter,
OAP 12: Photodioden, ZS: Zugschalter zur Sperrung des Elektronenstromes.

2.2 Elektronenstrahlführung

Der Elektronenstrahl wird durch Änderung des Potentials am obersten Potentialring der Röhre mit der schwenkbaren Sprühspitze (FS) fokussiert. Man erhält erdseitig minimale Strahldurchmesser von ca 1 mm. Da Flächenladungen auf der Röhrenwand die Strahlrichtung beeinflussen, für die Energieeichung der nachfolgenden 90°-Umlenkung jedoch eine definierte und konstante Eintrittsrichtung erforderlich ist, wurden direkt unterhalb der Beschleunigungsstrecke 4 paarweise gekreuzte Korrekturmagnete (M) im Strahlengang angeordnet. Mit diesen erzielt man eine ungehinderte Führung des Strahls durch die nachfolgenden zwei Blenden (B). Sie haben einen Öffnungsdurchmesser von 2,5 mm und sind in 250 mm Abstand voneinander eingebaut. Ihre Ränder sind mit Leuchtstoff belegt, so daß der Strahlverlauf durch in der Vakuumkammer angebrachte Fenster (F) vom Kontrollraum aus mit einem Fernrohr beobachtet werden kann.

2.21 90°-Umlenkung des Elektronenstrahls

Aus räumlichen Gründen erforderten die winkelabhängigen Spektralmessungen den Einbau einer 90°-Strahlumlenkung.

Es wird unter Verzicht auf stigmatische Abbildungseigenschaften ein Elektromagnet (Mag) mit quadratischem Kern- und Polschuhquerschnitt von 80 mm Kantenlänge und einem 18 mm breiten Luftspalt benutzt. Er ist von außen über die an dieser Stelle flache Vakuumkammer geschoben. Der Kern ist aus Magnetreineisen S 3 der Fa. Vakuumschmelze gefertigt. Die geringe Remanenz des Materials vereinfacht die Verhältnisse bei der Energieeichung des Erregungsstromes mittels Elektronenbeugung.

Für die Stromversorgung wurde ein stromstabilisierendes Netzgerät (transistorisiert) nach einer Schaltung von MÜLLER-WARMUTH [13] gebaut. Das Gerät hatte einen Temperaturgang von ca 5 % pro Grad. Durch eine Reihe von Änderungen (am Referenzelement, an der Regelkaskade) und thermische Stabilisierung auf $\pm$ 0,5 Grad verbesserte sich die Konstanz auf ca $5 \cdot 10^{-4}$ im ganzen kontinuierlichen Einstellbereich zwischen 20 und 1500 mA, und zwar bei Umgebungstemperaturen zwischen 20 und

35 °C sowie Netzspannungs- und Lastwiderstandsänderungen bis zu 10 %.

Nach der 90°-Umlenkung durchläuft der Strahl das Feld von zwei Solenoid-Spulen (Sp), die den jetzt schwach elliptischen Strahlquerschnitt von ca. 1 bis 1,5 mm Maximaldurchmesser am Ausgang der Umlenkkammer auf die Antikathode abbilden.

2.3 Strahlauffänger und Antikathoden

Das Target (T) ist eine planparallele Platte. Es befindet sich leicht auswechselbar in einem Glaskolben. Auf die Antikathode ist elektrisch isoliert eine Halbkugelschale (Fb) aus Aluminium (3 mm dick) aufgesetzt, so daß diese ganze Anordnung als Faradaybecher wirkt. Damit können der im Target absorbierte Elektronenstrom und der Rückdiffusionsstrom getrennt gemessen werden. Sekundäreffekte bleiben jedoch überlagert. Die Halbkugelschale besitzt zwei Eintrittsbohrungen von 2,5 mm Durchmesser, so angeordnet, daß Messungen bei Winkelstellungen der Flächennormalen des Targets zur Strahlrichtung von 0° und 45° durchführbar sind.

Der Einbau der Antikathode in dem evakuierten Glaskolben ist erforderlich, da durch Röntgenquanten erzeugte Luftionen die Strommessungen fälschen.

Die Dicken der benutzten Antikathoden sind von HASHMI [11] angegeben. Es handelt sich um von SPENCER [14] berechnete Werte für Elektronen-Grenzdicken (residual range) der entsprechenden Elektronen-Primärenergien. Bei den Silber-Antikathoden war die Dicke gegenüber der Grenzdicke zu klein angesetzt worden. Durch Schrägstellen (unter 45°) ließ sich ein effektiver Wert von 75 % der Grenzdicke erreichen.

2.4 Elektronenbeugung

Bei abgeschaltetem Umlenkmagneten gelangt der Elektronenstrahl in senkrechter Richtung in die Objektkammer (O), die zwei hintereinander angeordnete Blenden von 100 µm und 70 µm Durchmesser und den Objekthalter mit einer Vakuumschleuse enthält. Darunter befindet sich die Kamera (K). Die Beugung erfolgt an Aluminium-Aufdampfschichten. Bei einem Beugungs-

abstand Objekt - Film von 569 mm und einer kinetischen Elektronenenergie von 0,8 MeV hat der Debye-Scherrer-Ring der 111 Netzebene einen Durchmesser von 5,2 mm.

2.5 Kollimation der Bremsstrahlung

Durch das auf dem Schwenktisch angeordnete Blendensystem (B_1 - B_5) aus 5 cm dicken Bleisteinen wird von der Bremsstrahlung ein Raumwinkel der Größe $8{,}13 \cdot 10^{-6}$ sr für die Messung ausgeblendet. Der Abstand Target - Detektormitte beträgt 320,5 cm. Als Öffnungsdurchmesser wurden für B_1 - B_5 6 mm, für B_6 12 mm und für den Eintritt in die Detektorabschirmung 15/17 mm verwendet. Die Justierung erfolgte bei 0°-Stellung des Schwenktisches in bezug auf die Achse Detektormitte - Blendenzentrum - Antikathodenmitte - Achse der Zylinderspulen - Zentrum der Umlenkkammer. Der Drehpunkt des Schwenktisches liegt auf $\pm$ 1 mm senkrecht unter der zum Elektronenstrahl weisenden Targetflächenmitte. An der Laufschiene angebrachte Marken gestatten eine Azimuteinstellung mit einer Genauigkeit von $\pm$ $0{,}02^\circ$. Die Lage der Blendenachse bezüglich der Antikathodenmitte kann beschränkt korrigiert werden.

2.6 Spektrometer

Das verwendete Szintillationsspektrometer ist in der Arbeit von HASHMI [11] beschrieben.

Ein an das Ratemeter angeschlossener Schreiber registrierte während der Messungen die vom Vielkanalanalysator MK II verarbeitete integrale Zählrate.

3. Messung der Impulshöhenspektren und Auswertung

3.1 Spannungsmessung

Die kardanisch aufgehängte Beugungsapparatur wird bei angeschaltetem Umlenkfeld so einjustiert, daß der Elektronenstrahl die Blendenöffnungen in der Objektkammer trifft und das Beugungsbild in der Mitte der mit Leuchtstoff belegten Verschlußklappe der Kamera erscheint. Die photographisch registrierten Diagramme von Aluminiumschichten einiger 100 Å Dicke wurden mit einem Komparator ausgemessen. Aus vier bis acht Ringen je Aufnahme konnte die zugehörige Elektronenenergie auf $\pm$ 3 ‰ genau bestimmt werden.

Um eine kontinuierliche Anzeige der Beschleunigungsspannung zu erhalten, wurden die Sollwerteinstellung (10 Wendelpotentiometer) der Spannungsregelung und das Meßinstrument des Umlenkstromes bei definiertem Auftreffpunkt des Strahles auf dem Target (ohne Zylinderspulenfeld) in Elektronenenergie geeicht. Die Magnetstromeinstellung erfolgte stets über einen Wert von 1 A auf den niedrigeren Arbeitspunkt, um etwa gleiche Verhältnisse auf der Hysteresiskurve zu erhalten.

Die erhaltene Zuordnung von Elektronenenergie und Erregerstrom des Umlenkmagneten ist in Abb. 4 zu sehen.

Die Blendengeometrie vor der Umlenkung läßt noch eine Variation des Strahleintrittswinkels zu, der eine Eichunsicherheit in dieser Darstellung von $\pm$ 2 % entspricht. Zieht man jedoch den Reglersollwert hinzu, ist ein einmal geeichter Energiewert auf besser als $\pm$ 1 % reproduzierbar.

Bei allen Messungen der Bremsspektren wurden durch vorherige Grobeichung festgelegte Umlenkstrom- und Sollwerteinstellungen benutzt und die Strahllage auf der Antikathode mit den Korrekturmagneten nachjustiert. Über den ganzen Zeitraum der Messungen verteilte Energiekontrollen ergaben Werte, die innerhalb der in Abb. 4 eingezeichneten Kreise liegen (8 bis 11 Meßwerte je Kreis). Als Mittelwerte für die im folgenden nur mit 0,2; 0,4; 0,6 und 0,8 MeV angegebenen kinetischen Elektronenenergien zur Bremsstrahlungsanregung

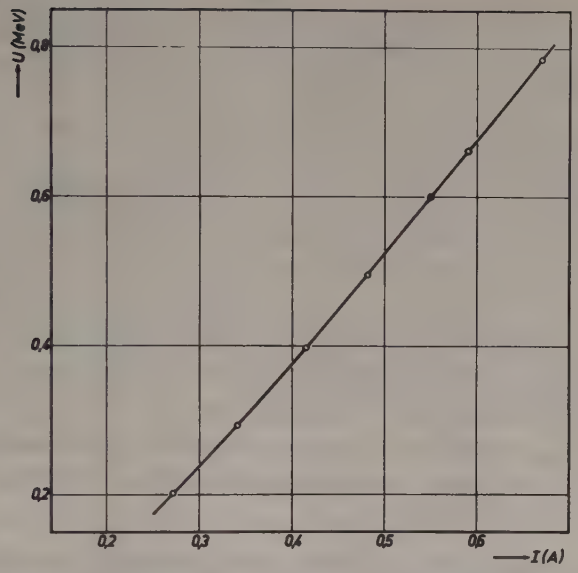

Abb. 4: Zuordnung von Elektronenenergie und Erregerstrom des Umlenkmagneten bei definierter Strahllage mit Elektronenbeugung bestimmt.

ergaben sich

200,8 ± 1,2 keV; 398,8 ± 1,6 keV; 599,8 ± 1,6 keV; 785,5 ± 2,6 keV.

Die Abweichungen sind Maximalwerte (nicht Fehler des Mittelwertes!).

3.2 Strommessung

Zur Absolutmessung der Elektronenströme wurde die Eichung des Piko-Amperemeters in den Bereichen 10^{-6} bis 10^{-8} A mit einem geeichten Galvanometer kontrolliert, und zwar bei gleichzeitiger Registrierung einer integralen Impulsrate mit einem geeichten Ratemeter vor dem Impulshöhenanalysator. Mit der Annahme der Proportionalität von Zählrate und Elektronenstrom wurde diese Kontrolle auf die Strombereiche 10^{-9} bis 10^{-11} A mit dem Ratemeter allein ausgedehnt. Zähl-

verluste konnten wegen der kleinen Zählraten vernachlässigt werden. Als Fehler der Strommessung ergab sich daraus ein Wert von $\pm$ 2 % bezogen auf den mittleren Anzeigebereich des Piko-Amperemeters für benutzte Elektronenströme von 10^{-8} bis 10^{-11} A. Als Stromwert für die Berechnung der Bremsstrahlintensitäten wird der im Target und in der Halbkugelschale absorbierte Elektronenstrom benutzt, d.h. der Gesamtelektronenstrom bis auf einen durch Sekundäreffekte bedingten Anteil. Da durch Ionisation im Target und in der Halbkugelschale erzeugte Sekundärelektronen eine kinetische Energie $\leq$ 100 eV haben, müßte, wenn diese die Strommessung nicht vernachlässigbar fälschen, durch Nähern einer auf 100 - 300 V vorgespannten Plattenelektrode eine registrierbare Stromänderung auftreten. Dieser Test fiel negativ aus.

Mit der im Kapitel 2.3 beschriebenen Target-Anordnung wurden zur Kontrolle der Strommeßmethode Rückdiffusionskoeffizienten als Verhältnis

$$p = \frac{\text{Zahl der in der Halbkugelschale absorbierten Elektronen}}{\text{Zahl der gesamten absorbierten Elektronen}}$$

für die fünf Antikathodenmaterialien bei verschiedenen Elektronenenergien gemessen. Die Ergebnisse sind in Abb. 5 angegeben. Zum Vergleich ist die ausgezogene Kurve einer Darstellung im LANDOLT-BÖRNSTEIN [15] entnommen.

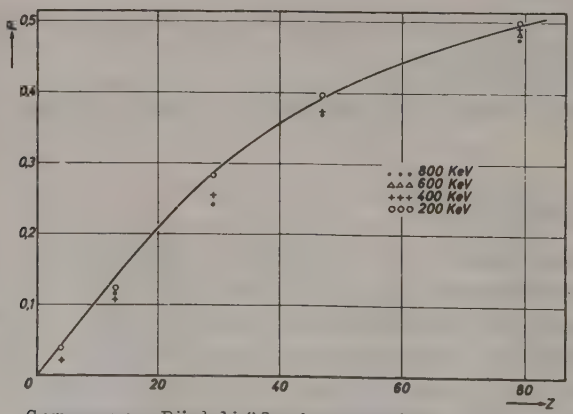

Abb. 5: Gemessene Rückdiffusionskoeffizienten p in Abhängigkeit von der Ordnungszahl bei verschiedenen Elektronenenergien. Die ausgezogene Kurve ist einer Darstellung im LANDOLT-BÖRNSTEIN [15] entnommen.

3.3 Impulshöhenspektren

Mit den Führungselementen werden der Elektronenstrahl bei vorgegebener Energie auf die Eintrittsöffnung des Faraday-Bechers justiert, durch Variation des Magnetfeldes der Zylinderspulen das erste Querschnittsminimum aufgesucht und Unsymmetrien im Längsfeld, die durch benachbarte Eisenträger hervorgerufen sind, mit Eisenblechen an den Stirnflächen der Spulen korrigiert. Der Elektronenstrahl trifft nun, ohne Blenden zu streifen, die Targetmitte mit einer Genauigkeit von $\pm$ 1 mm und einem maximalen Divergenzwinkel von 40'. Der Elektronenstrom wurde so eingestellt, daß die Gesamtzählrate des Vielkanalanalysators beim Azimut 0° 250 sec^{-1} betrug. Verringerte sich die Zählrate bei größeren Beobachtungswinkeln auf Werte unter 150 sec^{-1}, wurde der Elektronenstrom entsprechend vergrößert. Schrägstellen (unter 45°) der Antikathode bei Azimuten über 40° verringert die Photonenschwächung im Target und erleichtert die Kontrolle der Kollimatorjustierung.

Die Meßzeit pro Spektrum betrug 15 min. 0°-Impulshöhenspektren sind in der Arbeit von HASHMI [11] angegeben.

Der Untergrund wurde winkelabhängig gemessen. Ein Test mit entferntem Detektorkristall ergab, daß es sich hier um ein nur von Photonen erzeugtes Spektrum handelt.

Vor bzw. nach jeder Meßreihe mit einer Antikathode und einer Elektronenenergie wurde die Energieeichung des Spektrometers mit γ-Strahlern kontrolliert.

3.4 Zählverluste

Die Totzeit des Spektrometers ist gleich der des Vielkanalanalysators MK II. Sie ist mit 0,8 ms angegeben und entspricht aufgrund der Funktionsweise des MK II für Impulse statistischer Folge und unterschiedlicher Höhe als Mittelwert der halben Sägezahnperiode der Vergleichsspannung. Mit γ-Strahlern verschiedener Energien in entsprechend unterschiedlichen Kanalbereichen durchgeführte Zählverlustmessungen unter Berücksichtigung der verschiedenen Ansprechschwellen vom Ratemeter und MK II bestätigten diesen Wert mit einem Fehler von $\pm$ 5 % unabhängig von der mittleren Impulshöhe.

Für Impulsfolgen mit POISSON-Verteilung und der mittleren über alle Impulshöhen integralen Impulsrate $\bar{p}_o$ ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Impulses während eines Zeitintervalls Δt, das hier der Totzeit τ gleichgesetzt wird, durch

$$W(\tau) = \bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \cdot \tau) \qquad (3.1)$$

gegeben. Ist $f(\epsilon_n, \Delta\epsilon)$ die Wahrscheinlichkeit für das Vorhandensein eines Impulses der Höhe $\epsilon_n - \frac{\Delta\epsilon}{2} < \epsilon_n \leq \epsilon_n + \frac{\Delta\epsilon}{2}$ unter den $\bar{p}_o$ und τ unabhängig von n (wie die Messung ergab), so ist

$$W(\tau, \epsilon_n, \Delta\epsilon) = f(\epsilon_n, \Delta\epsilon) \cdot \bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \cdot \tau) \qquad (3.2)$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein solcher Impuls in die Totzeit fällt. $f(\epsilon_n, \Delta\epsilon)$ ist durch die Impulshöhenverteilung, ϵ_n und $\Delta\epsilon$ durch die Zuordnung von Impulshöhe zur Kanalzahl und Kanalbreite gegeben ($\Delta\epsilon$ = const). Die Häufigkeit gibt die Verlustrate im Kanal n an:

$$\bar{p}_o \cdot f(\epsilon_n, \Delta\epsilon) \cdot \bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \cdot \tau) = \bar{p}_{\epsilon_n o} - \bar{p}_{\epsilon_n} \; ; \qquad (3.3)$$

($\bar{p}_o \cdot f(\epsilon_n, \Delta\epsilon) = \bar{p}_{\epsilon_n o}$: Impulsrate der Impulse mit obiger Bedingung für die Höhe; d.h. die Rate vor dem MK II; $\bar{p}_{\epsilon_n}$: Zählrate im Kanal n).

Man erhält aus (3.3) für das Verhältnis von gemessener zur wahren Impulsrate im Kanal n:

$$\frac{\bar{p}_{\epsilon_n}}{\bar{p}_{\epsilon_n o}} = \frac{P(\epsilon_n)\Delta\epsilon}{P_o(\epsilon_n)\Delta\epsilon} = (1 - \bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \cdot \tau)) \qquad (3.4)$$

($P(\epsilon_n)\Delta\epsilon$; $P_o(\epsilon_n)\Delta\epsilon$: gemessene bzw. wahre Impulszahl im Kanal n).

Aus Gleichung (3.1) folgt für das Verhältnis der integralen gemessenen Zählrate $\bar{p}$ zur integralen wahren Impulsrate $\bar{p}_o$:

$$\frac{\bar{p}}{\bar{p}_o} = (1 - \bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \cdot \tau)) \qquad (3.5)$$

Die Identität der Gleichungen (3.4) und (3.5) besagt, daß sich der relative Zählverlust für die integrale Impulsrate in allen Impulshöhenintervallen (Kanälen) gleich auswirkt. Bei den

hier verwendeten Impulsraten und der vorliegenden Totzeit betrugen die Zählverluste ca. 20 %. Setzt man in den Gleichungen (3.4) und (3.5)

$$\bar{p}_o \cdot \tau \cdot \exp(-\bar{p}_o \tau) \approx \bar{p} \cdot \tau \ , \qquad (3.6)$$

so geht (3.5) in die bekannte Formel für integrale Zählverluste über. Der durch die Näherung (3.6) bedingte Fehler beträgt im vorliegenden Fall 1 %. Die Zählverlust-Korrektur erfolgte daher mit hinreichender Genauigkeit durch Multiplikation der gemessenen Kanalinhalte $p(\epsilon)\Delta\epsilon$ gemäß (3.4) und (3.6) mit dem Faktor $(1 - \bar{p} \cdot \tau)^{-1}$. Aus der Ratemeteraufzeichnung der vom MK II registrierten integralen Zählrate $\bar{p}$ wurde der Korrekturfaktor für jedes Impulshöhenspektrum bestimmt.

3.5 Entfaltung der Impulshöhenspektren

Die Entfaltung erfolgte nach dem Iterationsverfahren, das SKARSGARD, JOHNS und GREEN [16] in der Szintillationsspektrometrie erstmals angewendet haben, mit der von HASHMI [11] bestimmten Spektrometermatrix. Diese für eine elektronische Rechenanlage programmierte Operation führt die Impulszahlen pro Kanal in Mittelwerte der Photonenverteilung N(k) im Intervall Δk = 0,02 MeV über. Die Impulshöhenspektren des Untergrundes und der Bremsstrahlung + Untergrund werden getrennt entfaltet und erst anschließend voneinander subtrahiert. Die vorherige Untergrundkorrektur hätte wegen der Fehlerfortpflanzung eine intervallabhängige Abänderung des Abbruchkriteriums der Iteration erfordert. Die Meßspektren erstrecken sich mit dem Untergrund über das der Grenzenergie zugeordnete Impulshöhenintervall hinaus. Testrechnungen mit willkürlich bei einer Kanalzahl n abgebrochenen Impulshöhenspektren ergaben, daß sich diese Unstetigkeit, wie aus Abb. 6 zu ersehen, nur im unmittelbar betroffenen Energieintervall der Photonenverteilung wesentlich fehlerhaft auswirkt (vgl. hierzu auch Kapitel 5.1). Die weiteren Werte fallen zusammen. Da ein Energieintervall bis zu 4 Kanäle enthält (abhängig von der Energieeichung des Spektrometers), wurden die Meßspektren bis zum 5. bzw. 10. Kanal oberhalb der Spektrengrenze ausgewertet.

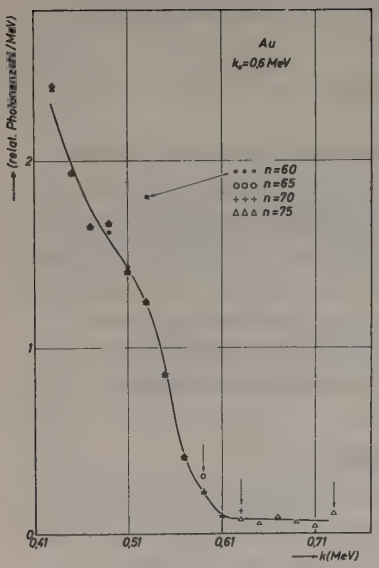

Abb. 6:

Photonenverteilung für willkürlich bei einer Kanalzahl n abgebrochene Impulshöhenspektren. Die Pfeile bezeichnen das letzte bei der Entfaltung berücksichtigte Energieintervall (einem Energieintervall entsprechen hier ca. 4 Kanäle).

Die statistischen Schwankungen der spektralen Impulszahlen $P(\varepsilon)\Delta\varepsilon$ (Kanalinhalte) von maximal $\pm 3\sqrt{P(\varepsilon)\Delta\varepsilon}$ wurden vor der Umrechnung nicht ausgeglichen. Der vergrößerte Arbeitsaufwand bringt keine Verbesserung der Information, wie ein Vergleich vor und nach der Entfaltung ausgeglichener Verteilungen ergab. Die relativen statistischen Schwankungen der einzelnen Meßpunkte sind in der Photonenverteilung größer als im Meßspektrum (hierzu Kapitel 5.1).

3.6 Photonenschwächung

Die Korrektur der Photonenschwächung auf dem Wege vom Target zum Detektorkristall, in der Glaskolbenwand, der Luft und dem Aluminiummantel des NaJ-Kristalls erfolgte nach dem Schwächungsgesetz mit den totalen Schwächungskoeffizienten von WHITE-GRODSTEIN [17].

3.61 Photonenschwächung in der Antikathode

KULENKAMPFF [18] gibt eine experimentelle Methode zur Bestimmung der Korrektur an, die von ihm und seinen Mitarbeitern benutzt wird. EHRLICH [8] nimmt einen Strahlungsschwerpunkt im Target für alle Photonenenergien des Spektrums an, und zwar bei 1/5 der wahren Reichweite für Elektronen (BETHE-BLOCH-Formel) der benutzten Primärenergien von 50 und 100 keV. MOTZ, MILLER und WYCKOFF [19] berücksichtigen den Photonen-Schwächungsprozeß bei der Ableitung der Formel für ein dickes Target aus der extrem-relativistischen SCHIFFschen Beschreibung für dünne Antikathoden.

In der vorliegenden Arbeit wurde diese Korrektur an der experimentellen Photonenverteilung vorgenommen. Es mußte ein energieabhängiger Korrekturfaktor für die einzelnen Mittelwerte N(k) im Intervall Δk bestimmt werden. Zur Ableitung dieses Faktors wurden die folgenden vereinfachenden Annahmen gemacht:

1. Photonen der Energie k innerhalb der Verteilung N(k) entstehen überwiegend in einer Antikathodenschicht der Dicke r(k) (von der Eintrittsfläche aus gerechnet), in der aufgrund des Energieverlustes für die kinetische Elektronenenergie T gilt: $T \geq k$.
2. Die Dicke r(k) wird mit Hilfe der praktischen Reichweiten für Elektronen $R_p(k)$ wie folgt berechnet:
   $r(k) = R_p(T_o) - R_p(T)$; ($T = k$, $T_o = k_o$ Primärenergie).
   (R_p für Be, Ag und Au wird aus den wahren Reichweiten R_w und den Verhältnissen der R_p zu R_w von Al und Cu bestimmt.)
3. Die Zahl der Entstehungszentren (Strahlungszentren) der Photonen mit der Energie k bis $k + \Delta k$ und der Strahlungsrichtung in das dem Azimut Θ zugeordnete Raumwinkelelement $\Delta\Omega = \Delta\vartheta\Delta\Theta$ ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$) sei $n^o_\Theta(k)$. Es wird für diese im Target eine exponentiell abnehmende Dichteverteilung mit wachsendem x längs der x-Achse angenommen (Eintrittsfläche der Elektronen in das Target bei $x = 0$; x-Achse = Einfallsrichtung). Das Problem wird nur eindimensional behandelt.

Aus 3. folgt

$$dn_\Theta(k) = n^o_\Theta(k)\ v \cdot \exp(-vx)\ dx \quad . \qquad (3.7)$$

v sei ein fiktiver Schwächungskoeffizient für Elektronen. Mit der Annahme, daß am Ort r(k) nur noch ca. 1 % der Elektronen die Energie $T \geq k$ haben, folgt der Ansatz

$$v = \frac{5}{r(k)} \quad . \tag{3.8}$$

Aus der Antikathode der Dicke d treten aufgrund der Schwächung von den $d\,n_\theta(k)$ Photonen in Beobachtungsrichtung θ

$$\begin{aligned} dN'_\theta(k) &= dn_\theta(k)\, \exp(-\mu(k)\, \frac{d-x}{\cos\theta})\, dx \\ &= n^o_\theta(k)\frac{5}{r(k)}\, \exp(-\frac{\mu(k)d}{\cos\theta}) \exp\Big[x(\frac{\mu(k)}{\cos\theta} - \frac{5}{r(k)})\Big]dx \end{aligned} \tag{3.9}$$

aus. Die Integration über x von x = 0 bis x = r(k) ergibt

$$N'_\theta(k) = n^o_\theta(k)\, \exp(-\frac{\mu(k)d}{\cos\theta}) \frac{5}{\frac{\mu(k)r(k)}{\cos\theta} - 5} \Big[\exp(\frac{\mu(k)r(k)}{\cos\theta} - 5) - 1\Big] \tag{3.10}$$

$n^o_\theta(k)$ ist die wahre in der Antikathode erzeugte Photonenzahl der Energie k bis k + Δk in das Raumwinkelelement ΔΩ in Richtung θ. Bei schräggestellter Antikathode (Winkel $\varphi < \frac{\pi}{2}$) ist cos θ durch $\cos|\theta - \varphi|$ zu ersetzen. Die bezüglich der Schwächung auf dem Wege Target - Detektor korrigierten Photonenverteilungen N'(k,θ) sind entsprechend (3.10) mit dem Faktor

$$\begin{aligned} \frac{n^o_\theta(k)}{N'_\theta(k)} = m(k,\theta) = \exp(\frac{\mu(k)\cdot d}{\cos|\theta-\varphi|}) \cdot (\frac{\mu(k)r(k)}{\cos|\theta-\varphi|} - 5) \\ \frac{1}{5}\Big[\exp(\frac{\mu(k)r(k)}{\cos|\theta-\varphi|} - 5) - 1\Big]^{-1} \end{aligned} \tag{3.11}$$

zu multiplizieren.

Zum Vergleich sei der Korrekturfaktor angegeben, der sich bei Annahme einer Gleichverteilung der Strahlungszentren längs der Schichtdicke r(k) unter sonst gleichen Voraussetzungen ergibt:

$$m^*(k,\theta) = \exp(\frac{\mu(k)\cdot d}{\cos|\theta-\varphi|}) \cdot \frac{r(k)\mu(k)}{\cos|\theta-\varphi|}\, (\exp\frac{\mu(k)r(k)}{\cos|\theta-\varphi|} - 1)^{-1} \quad . \tag{3.12}$$

In Abb. 7 wird die unterschiedliche Wirkung beider Korrekturfaktoren (3.11) und (3.12) an der Intensitätsverteilung einer Gold-Antikathode bei 0,8 MeV gezeigt. Die untere Kurve ist die Verteilung ohne Schwächungskorrekturen, die beiden anderen

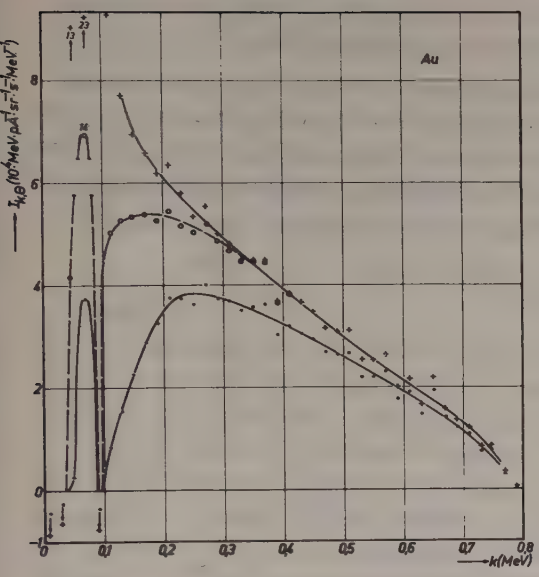

Abb. 7:
Zur Korrektur der Photonenschwächung. (....): Intensitätsverteilung ohne Schwächungskorrektur (oooo): Korrigiert für Schwächung auf dem Wege Target - Detektor und im Target nach Gleichung (3.12) (++++): wie Fall zwei, jedoch nach Gleichung (3.11).

sind bezüglich Schwächung auf dem Weg Target - Detektor und in der Antikathode einmal mit dem Faktor (3.12) (mittlere Kurve), das andere Mal mit dem Faktor (3.11) (obere Kurve) korrigiert. Der zunehmende Anstieg der nach (3.11) korrigierten Verteilung zum niederenergetischen Ende hin ist eine Folge der in Punkt 3 angenommenen exponentiellen Verteilung der Dichte der Strahlungszentren sowie des Ansatzes (3.8) für den fiktiven Schwächungskoeffizienten bei der Ableitung des Korrekturfaktors. Er ist nur bei den Au-Antikathoden so stark ausgeprägt. Die von KLASMEIER [3] gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitte an Al_2O_3- und Au-Targets fordern zwar wegen ihrer Zunahme bei kleineren Photonenenergien eine Konvex-Krümmung der spektralen Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung dicker Targets zur Abszissenachse hin, jedoch für kleinere Ordnungszahlen in stärkerem Maße. Eine Gaußsche Verteilung für die Elektronen der Energie T im Target, wie sie nach FRANK und PAUL [15] für eine Punktquelle im unbegrenzten Streumedium gültig ist, wird die wahren Verhältnisse bei einer Flächenantikathode mit senkrecht ein-

fallendem Elektronenstrahl besser annähern als die exponentielle Verteilung. Ein der Gleichung (3.9) analoger Ausdruck ist dann jedoch nicht geschlossen integrierbar.

Eine Prüfung des Korrekturfaktors (3.11) bei größeren Beobachtungswinkeln Θ erfolgte an Hand von Messungen bei festem Azimut und den zwei verschiedenen Antikathodenstellungen $\varphi = 0^{\circ}$ bzw. $\varphi = 45^{\circ}$. Nach der Korrektur ergab sich innerhalb der statistischen Schwankungen eine Übereinstimmung beider Verteilungen.

4. Ergebnisse und Diskussion

4.1 Intensitätsverteilungen

Die korrigierten Photonenverteilungen (Antikathodenschwächung nach (3.11)) wurden in Intensitätsverteilungen $I(k,\theta)$ übergeführt, um die Vorteile der linearen Darstellung auszunutzen. Die Ergebnisse zeigen die Abb. 8 bis 27 in der Form

$$I(k,\theta) \overset{\text{def}}{=} I_{k,\theta} = \frac{\int_{\theta-\Delta\theta/2}^{\theta+\Delta\theta/2}\int_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} I(k',\theta')\,dk'\,d\theta'}{\Delta\theta\cdot\Delta k}$$

mit θ als Parameter für verschiedene Ordnungszahlen Z der Antikathoden und Grenzenergien k_o. Multiplikation der Ordinatenwerte mit $1{,}602\cdot10^{-7}$ ergibt die Intensität in MeV·Elektron^{-1}·sr^{-1}·MeV^{-1}. Bei dieser Umrechnung soll die Bezeichnung "Intensität" beibehalten werden. Die ausgezogenen Kurven sind durch graphischen Ausgleich der Meßwerte gewonnen worden. Zur besseren Übersicht sind im allgemeinen Meßwerte nur bei den Verteilungen $\theta = 0^o$ und einem mittleren Azimut aufgetragen. Einige Spektren, speziell kleinerer Azimute, sind mit nach oben verschobenem Ordinaten-Anfangspunkt gezeichnet. Die Verschiebung

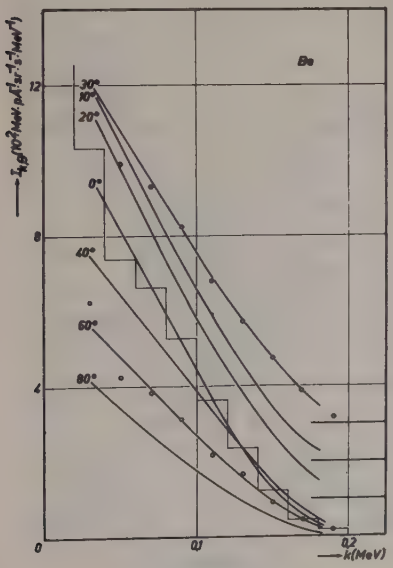

Abb. 8

Abb. 8 - 12:

Spektrale, räumliche Intensitätsverteilungen, $I(k,\theta) = I\ I_{k,\theta}$ mit θ als Parameter für eine Elektronenprimärenergie von 0,20 MeV an dicken Antikathoden der Ordnungszahlen Z = 4 (Be), 13 (Al), 29 (Cu), 47 (Ag) und 79 (Au). Verteilungen, die zu kleineren Azimuten gehören, sind in einigen Fällen mit nach oben verschobenem Ordinatenanfangspunkt eingezeichnet worden (Marken am rechten Zeichenrand).

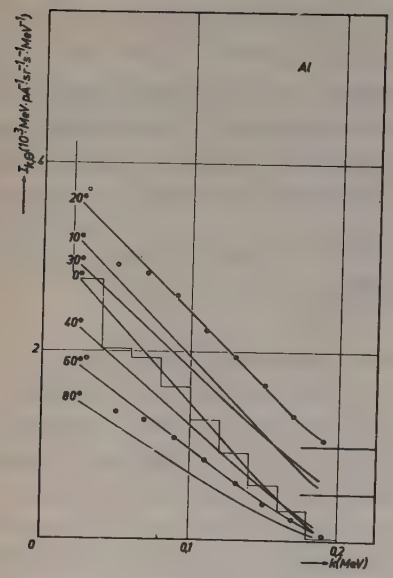

Abb. 9

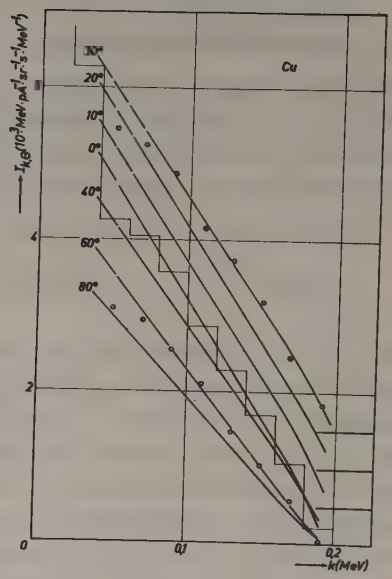

Abb. 10

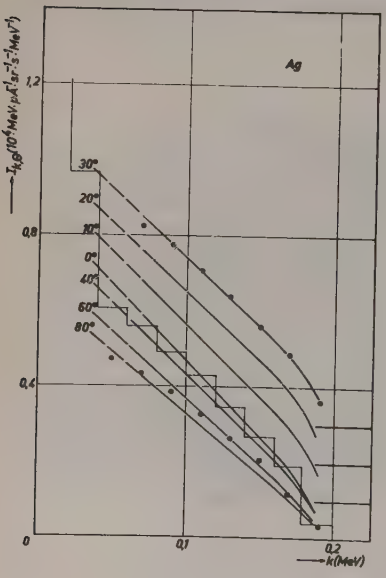

Abb. 11

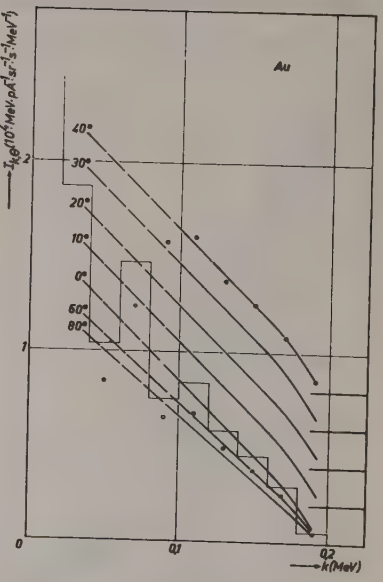

Abb. 12

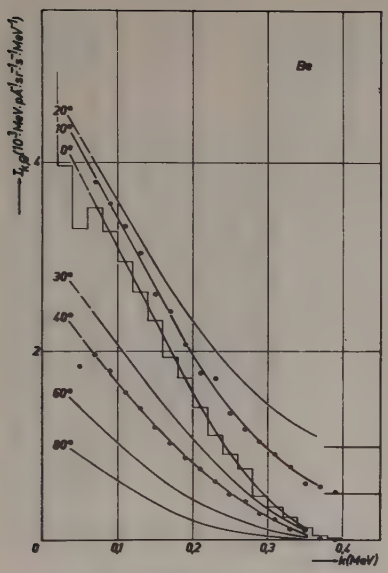

Abb. 13

Abb. 13 - 17:

Spektrale, räumliche Intensitätsverteilungen, $I(k,\theta = I_{k,\theta}$ mit θ als Parameter für eine Elektronenprimärenergie von 0,399 MeV an dicken Antikathoden der Ordnungszahlen Z = 4, 13, 29, 47 und 79.

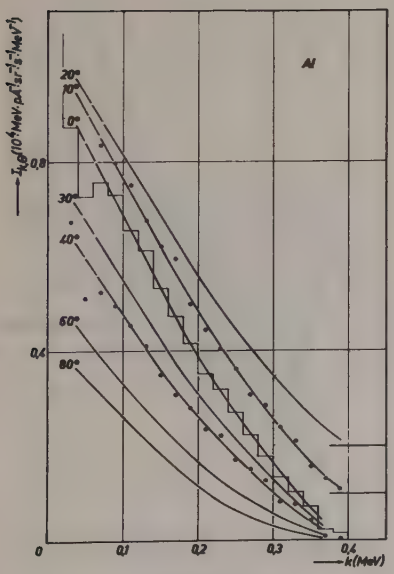

Abb. 14

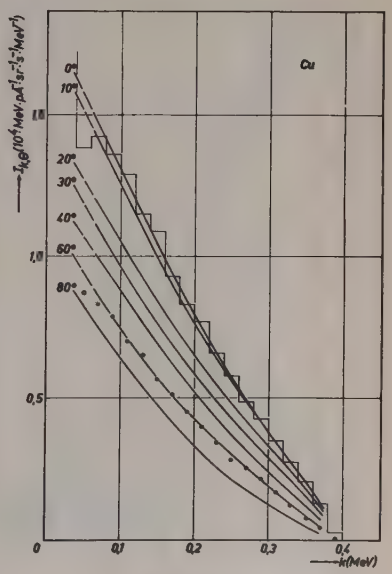

Abb. 15

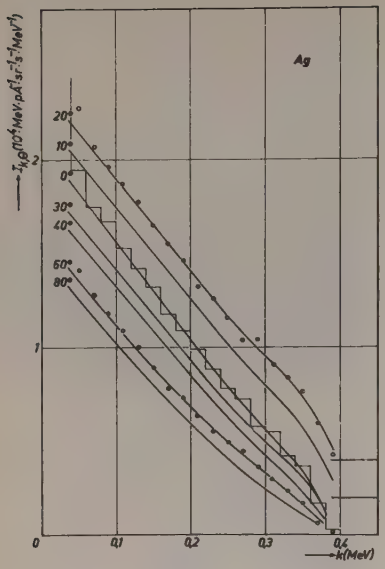

Abb. 16

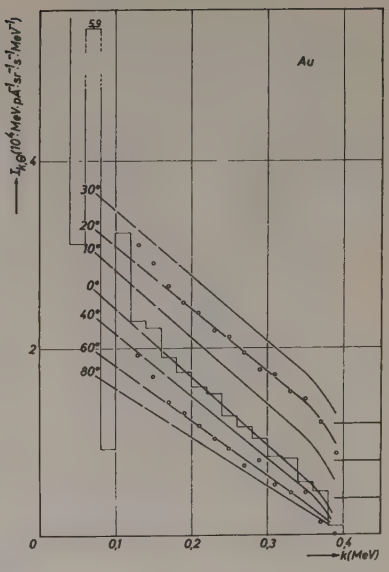

Abb. 17

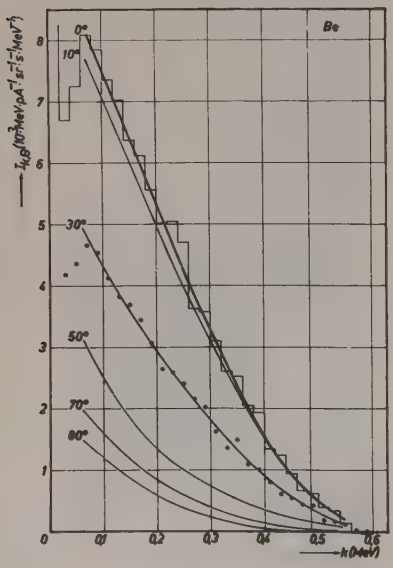

Abb. 18

Abb. 18 - 22:

Spektrale, räumliche Intensitätsverteilungen, $I(k,\Theta) = I_{k,\Theta}$ mit Θ als Parameter für eine Elektronenprimärenergie von 0,6 MeV an dicken Antikathoden der Ordnungszahlen Z = 4, 13, 29, 47 und 79.

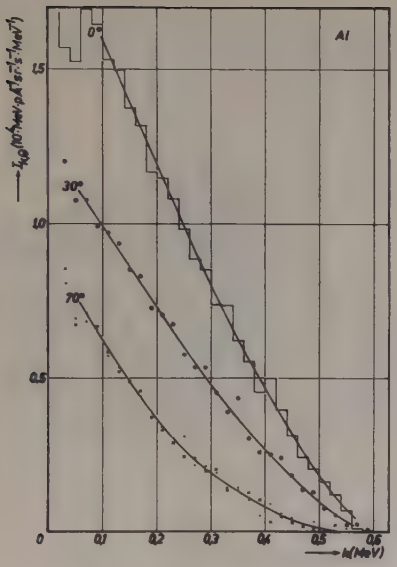

Abb. 19

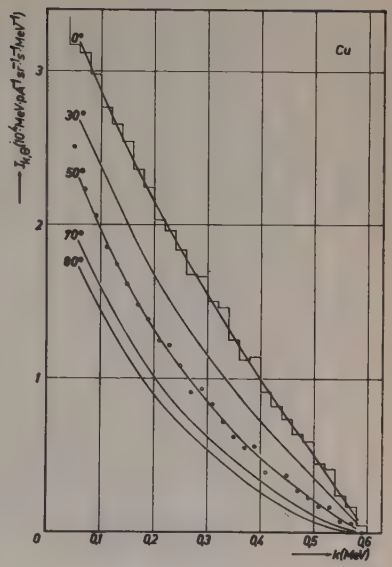

Abb. 20

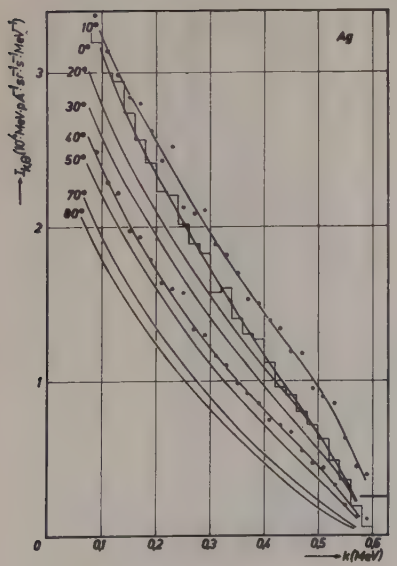

Abb. 21

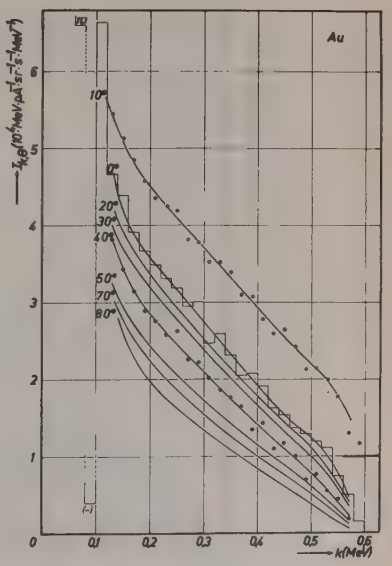

Abb. 22

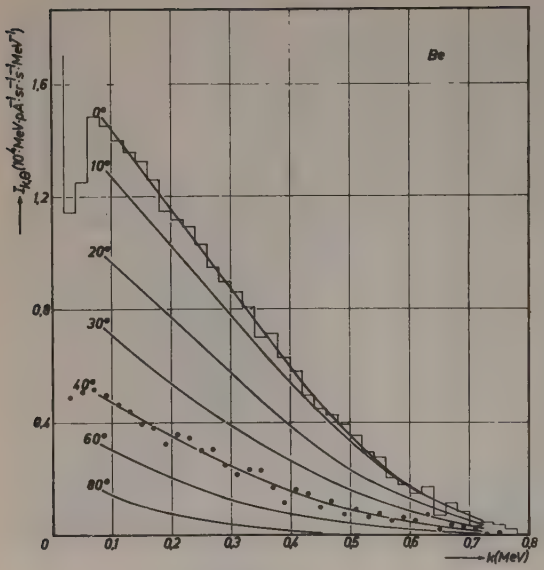

Abb. 23

Abb. 23 - 27:
Spektrale, räumliche Intensitätsverteilungen, $I(k,\theta) = I_{k,\theta}$ mit θ als Parameter für eine Elektronenprimärenergie von 0,785 MeV an dicken Antikathoden der Ordnungszahlen Z = 4, 13, 29, 47 und 79.

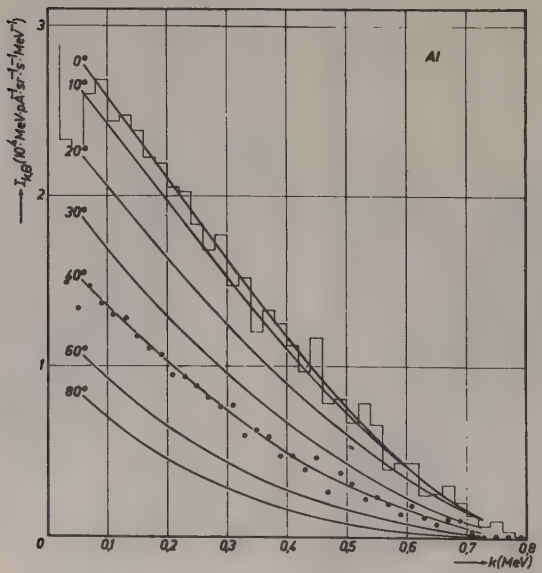

Abb. 24

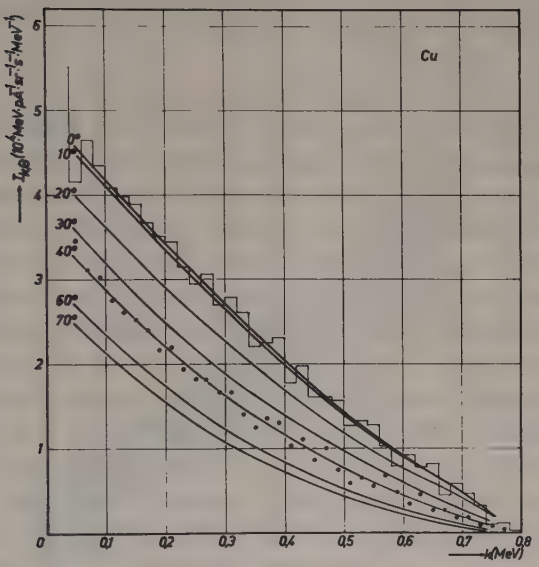

Abb. 25

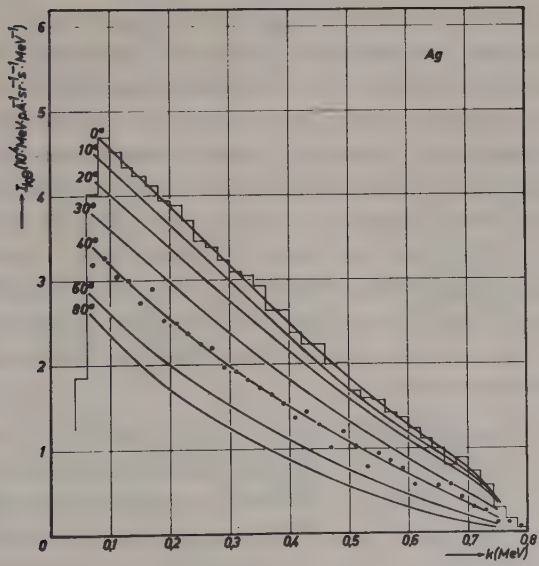

Abb. 26

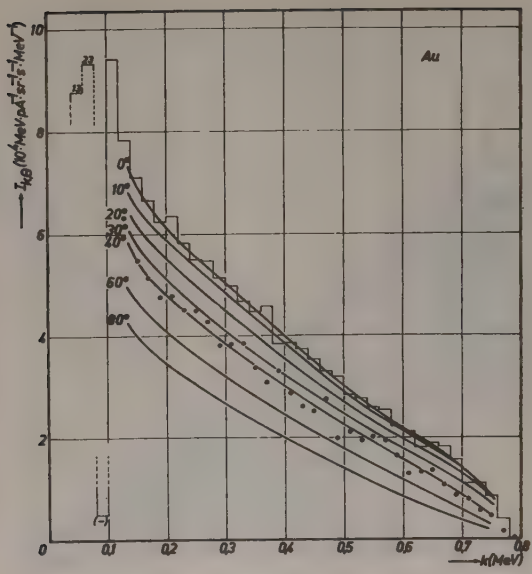

Abb. 27

ist an der rechten Ordinatenachse markiert. Aus dem zusätzlichen Histogramm der Meßwerte für $\Theta = 0^{\circ}$ sind die Schrittweite bei der Entfaltung, die Schwankungen und der Verlauf bei kleinen Energien besser zu ersehen. Für außerhalb des Darstellungsbereiches liegende Intensitäten (Eigenstrahlung von Gold) sind die zugehörigen Meßwerte am oberen Rand der Zeichnung angegeben. Negative Werte, die bei der Entfaltung rechts und links neben der Eigenstrahlungslinie auftreten, sowie bei der Untergrundkorrektur am hochenergetischen Ende der Verteilungen auftreten können, sind nur angedeutet oder weggelassen, da sie bei dem automatisierten Korrekturverfahren mit vergrößert werden.

Bei kleinen Ordnungszahlen ist im Histogramm bei Photonenenergien von 0,03 bzw. 0,05 MeV ein deutliches Minimum zu beobachten. Es ist durch die bekannte Nichtlinearität in der Zuordnung von Impulshöhe zur Photonenenergie des Detektorkristalls in diesem Energiegebiet verursacht. Die Energieeichung

des Spektrometers ergab oberhalb 0,1 MeV eine hinreichend lineare Zuordnung. Diese wurde bei den Umrechnungen der Impulshöhenspektren in die Photonen- bzw. Intensitätsverteilungen benutzt.

Die Kurven der spektralen Intensitätsverteilung in 0^{o}-Umgebung verlaufen im Gebiet mittlerer bis kleiner Photonenenergien fast linear. Im Bereich größerer Photonenenergien liegt bei Antikathoden kleiner Ordnungszahlen Z eine Konvex-Krümmung zur Energieachse hin vor, die sich mit zunehmender Grenzenergie k_o verstärkt, jedoch bei größeren Z-Werten abschwächt. Der Anstieg der Kurven an der Spektrengrenze nimmt mit wachsender Ordnungszahl stärker zu als im übrigen Spektrum. Es prägt sich mit zunehmendem k_o und Z eine Überhöhung gegenüber dem linearen Verlauf (Buckel) im kurzwelligen Spektralbereich aus. Diese tritt auch bei den von MILLER et al. [7] gemessenen Verteilungen bei 1 bis 1,4 MeV auf. Die Abhängigkeit des "Buckels" von der Grenzenergie bei den 0^{o}-Spektren der Gold-Antikathoden ist in Abb. 28 dargestellt. Die Grenzenergie k_o ist auf 1 normiert.

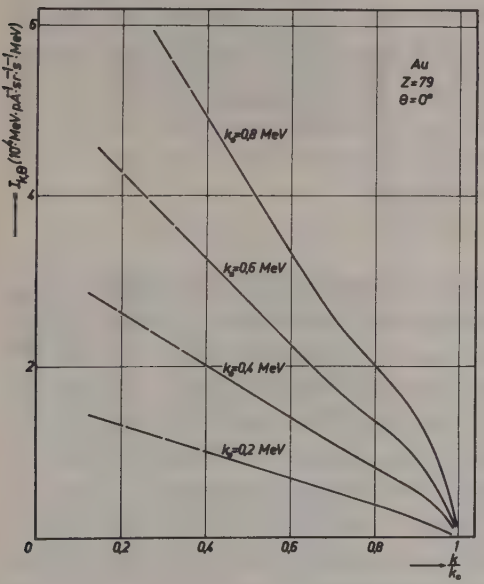

Abb. 28:
Die Abhängigkeit der Überhöhung gegenüber dem linearen Verlauf von der Grenzenergie bei den 0^{o}-Intensitätsverteilungen der Gold-Antikathoden. Die Grenzenergien sind auf 1 normiert.

4.11 Vergleich mit anderen Messungen

Ein Vergleich der Ergebnisse mit Literaturwerten kann nur in Extrapolation erfolgen. Dazu sind in Abb. 29 die Intensitäten für $\Theta = 0^{\circ}$, bei $k = 0{,}5\ k_0$ der Gold- ($Z = 79$) und Aluminiumantikathoden ($Z = 13$) in Abhängigkeit von k_0 angegeben (Punkte) zusammen mit entsprechenden Werten der Meßergebnisse von MILLER et al. [7] (Dreiecke), EDELSACK, KREGER-MALLET und SCOFIELD [20] (Kreise). Die Werte von MILLER (gemessen an Wolfram-Targets, $Z = 74$) sind mit den dort angegebenen

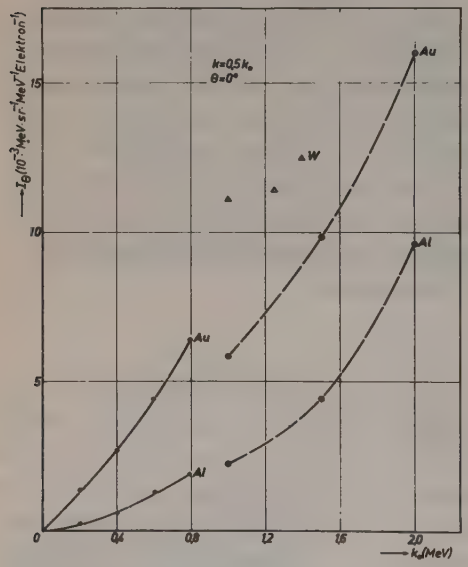

Abb. 29:
Spektrale Intensitäten für $k = 0{,}5\ k_0$, $\Theta = 0^{\circ}$ von Au- und Al-Targets in Abhängigkeit von der Grenzenergie k_0 (Punkte). Entsprechende Werte von EDELSACK et al. [20] bei $k_0 = 1$; 1,5 und 2 MeV (leere Kreise) und von MILLER et al. [7] bei $k_0 = 1$; 1,25 und 1,4 MeV von Wolfram-Targets (Dreiecke) sind eingezeichnet.

Korrekturfaktoren einschließlich Antikathodenschwächung multipliziert worden. Unter Berücksichtigung der verschiedenen Ordnungszahlen für Au und W ist bei Extrapolation der eigenen Meßwerte eine gute Übereinstimmung festzustellen. Die Korrekturfaktoren gelten nur für das 1,4 MeV-Spektrum, so daß sie auf die übrigen Werte angewendet, diese überbewerten. Die von EDELSACK et al. gemessenen Intensitätsverteilungen sind nur bezüglich Photonenschwächung auf dem Wege vom Target zum Detektor korrigiert worden. Die eigenen Meßwerte liegen ohne Berücksichtigung der Target-Schwächung für Gold ca. 15 % und

für Aluminium ca. 5 % unter der angegebenen Kurve, so daß sich dann bei Al ein stetiger Anschluß an die Werte von EDELSACK ergibt. Für Au ist das jedoch nicht der Fall.

4.12 Isochromaten

In den Abb. 30 bis 33 sind für extreme Fälle der Ordnungszahl Z und der Grenzenergie k_o einige Isochromaten $I_{k,\theta} = I(k,\theta)$ mit k als Parameter in linearer Darstellung gezeigt. Für das Be-Target und $k_o = 0{,}2$ MeV erhält man für $k = 0{,}75\ k_o$ das Intensitätsmaximum bei einem Beobachtungswinkel $\theta_{Imax} = 25^o \pm 20$ %. Aus der SOMMERFELDschen Theorie erhält man für die gleiche Energie an der kurzwelligen Kante $\theta_{Imax} = 23{,}3^o$ (nach einer von BLOCHIN [5] zitierten Formel). An der Spektrengrenze läßt sich der Voreilungseffekt nicht nachweisen, da er im Meßfehler untergeht. Mit abnehmender Photonenenergie verschiebt sich das Maximum der Isochromaten zu kleineren Winkeln hin, ein Effekt, der auch bei der Zunahme der Ordnungszahl auftritt, wie aus den Abb. 34 bis 37 zu ersehen ist. Hier sind im logarithmischen Maßstab bei festem $k = 0{,}75\ k_o$ Isochromaten bei verschiedenen Ordnungszahlen und Grenzenergien dargestellt.

Zum Vergleich mit der KRAMER-KULENKAMPFFschen Formel, die für die in den Gesamtraum 4π abgestrahlte spektrale Intensität $I_k = I(k)$ gilt, müßten Integrationen über eine Schar von Isochromaten bei festem Z und k_o durchgeführt werden.

$$I_k = I(k) = \int_0^{\pi} I(k,\theta)\, d\Omega, \quad \text{mit} \quad d\Omega = 2\pi \sin\theta\, d\theta\ ,$$

ergibt dann die vergleichbare Verteilung. Hier soll nur eine qualitative Aussage gemacht werden. Aus dem Verlauf der räumlichen Intensitätsprofile in den Abb. 30 bis 33 kann man schließen, daß die Form der I(k)-Verteilungen bei den Be-Antikathoden, wegen der zunehmenden Steilheit der Isochromaten bei kleineren Photonenenergien k, durch den Verlauf der $I(k,\theta=0^o)$-Kurven bestimmt wird, also wie diese konvex zur Abszissenachse verlaufen wird. Bei größeren Ordnungszahlen werden die Isochromaten verschiedener k-Werte ähnlicher. Daraus und aus dem annähernd linearen Verlauf der $I(k,\theta=0^o)$-

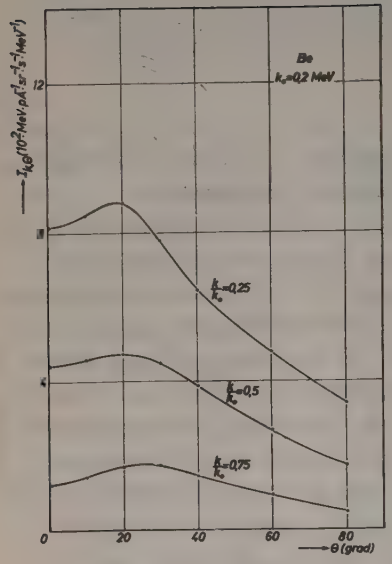

Abb. 30

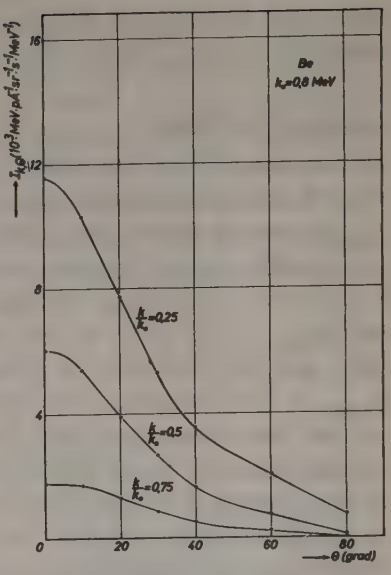

Abb. 31

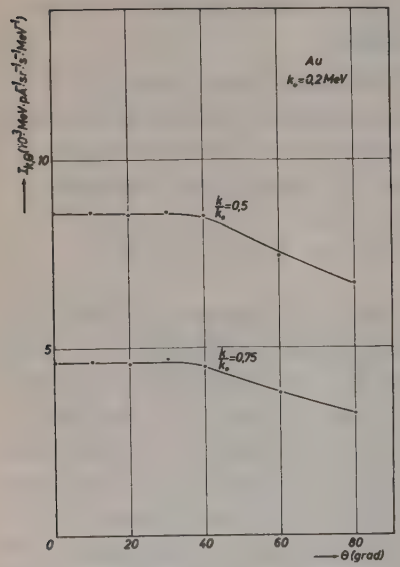

Abb. 32

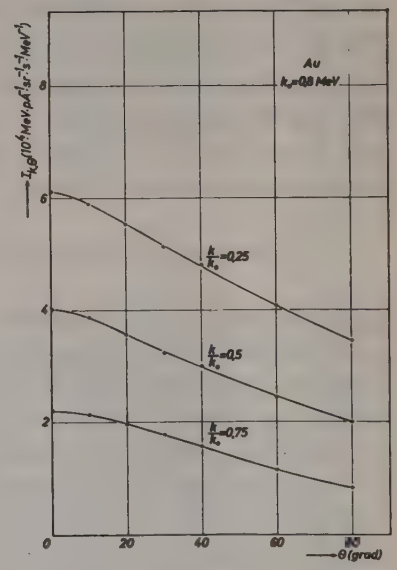

Abb. 33

Abb. 30 - 33: Isochromaten I(k,Θ) mit k als Parameter für extreme Elektronenenergien und Ordnungszahlen.

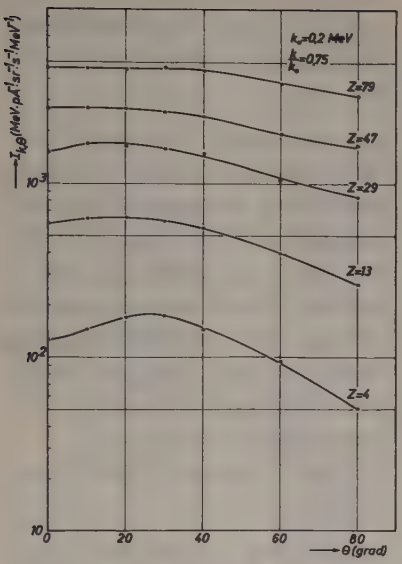

Abb. 34

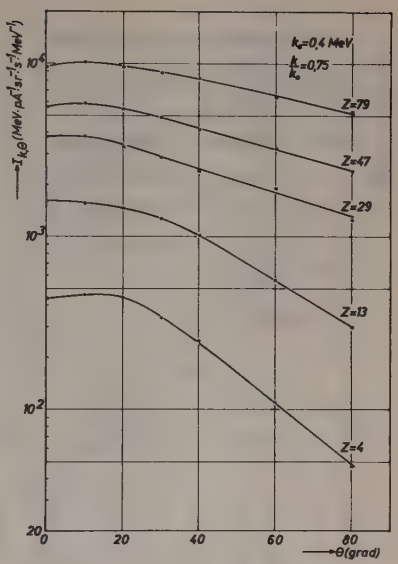

Abb. 35

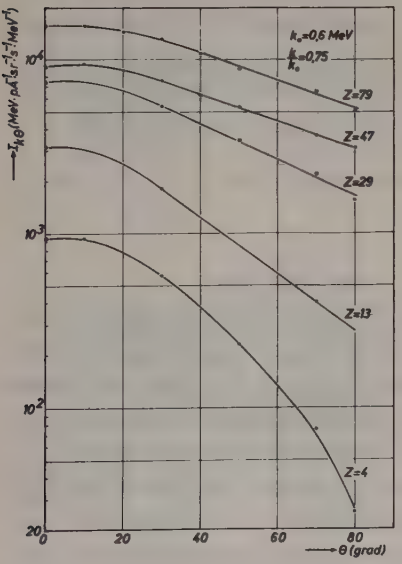

Abb. 36

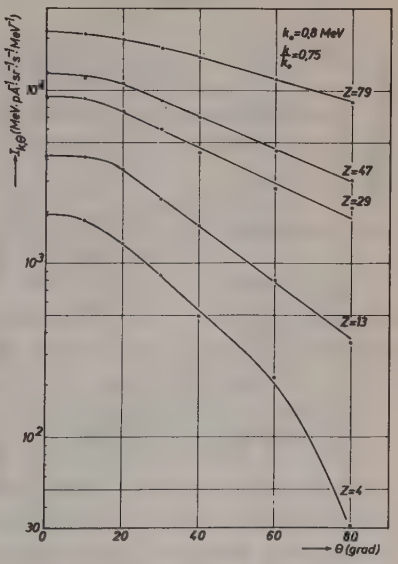

Abb. 37

Abb. 34 - 37: Die Abhängigkeit entsprechender Isochromaten, $k = 0{,}75\ k_o$, von der Ordnungszahl des Target-Materials bei den verschiedenen Elektronenprimärenergien ($T_o \equiv k_o$).

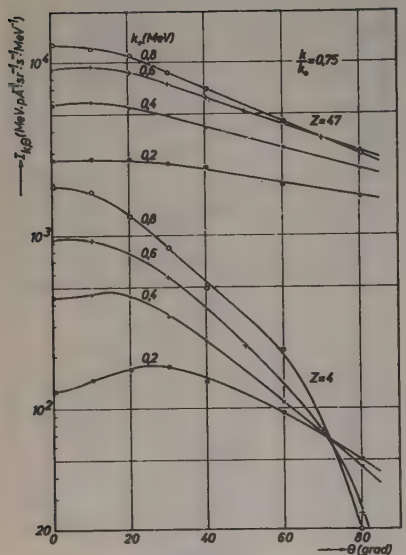

Abb. 38

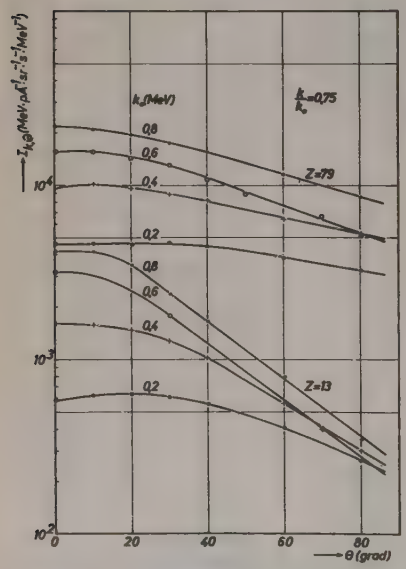

Abb. 39

Verteilungen folgt ein stärker als linearer Anstieg der I(k)-Kurven zu kleinen k-Werten hin.

Der zunehmend steilere Verlauf entsprechender Isochromaten mit wachsender Grenzenergie ist aus den Abb. 38 bis 40 zu ersehen. Er entspricht einer wachsenden Voreilung. Für große Elektronenenergien wird dann die Form der I(k)-Kurven auch bei größeren Z-Werten den $I(k,\Theta=0^{\circ})$-Verteilungen ähnlicher

Bei diesen Vergleichen muß jedoch beachtet werden, daß die KRAMERsche Theorie die Rückdiffusion der Elektronen nicht berücksichtigt. Eine dahingehende Korrektur der gemessenen Verteilungen

Abb. 38 - 40:

Die Abhängigkeit entsprechender Isochromaten von der Elektronenprimärenergie ($T_o \equiv k_o$) für verschiedene Ordnungszahlen des Target-Materials. Für Beryllium ist eine Schar bei $k = 0{,}75\ k_o$ (Abb. 38) und bei $k = 0{,}5\ k_o$ (Abb. 40) angegeben.

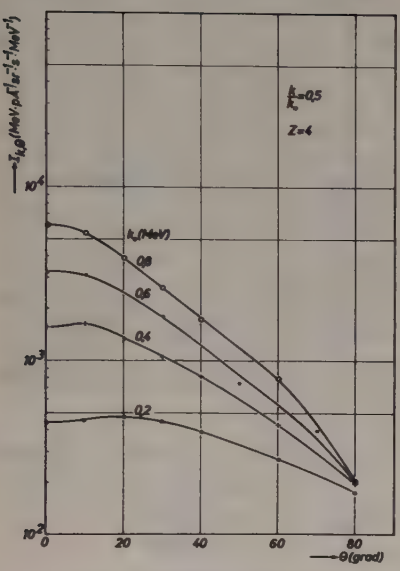

Abb. 40

nach der von FUCHS und KULENKAMPFF [21] vorgeschlagenen Methode würde die Konvex-Krümmung der I(k)-Verteilungen mit zunehmender Ordnungszahl verstärken.

4.2 Integrale räumliche Intensitätsverteilung

Zur Bestimmung dieser Größe erfolgte hier die graphische Integration der Intensitätsverteilungen $I_{k,\theta}$ mit θ als Parameter über die Photonenenergie

$$I_\theta = I(\theta) = \int_0^{k_0} I(k,\theta)\, dk \ .$$

Die Extrapolation der Verteilungen von Abb. 8 bis 27 zur Ordinate hin erfolgte tangential aus dem Bereich der schwächsten Kurvenkrümmung im niederenergetischen Bereich, wie es in den Abb. 12 und 17 durch die unterbrochen gezeichneten Stücke der Verteilungen angedeutet ist. Für das Azimut $\theta = 0^o$ ist die gefundene Abhängigkeit der integralen Intensität I_θ von der Grenzenergie k_o mit der Ordnungszahl Z als Parameter in Abb. 41 angegeben (log/log-Darstellung). Sie läßt sich im vorliegenden Energiegebiet in Form folgender Gleichungen für die verschiedenen Ordnungszahlen schreiben.

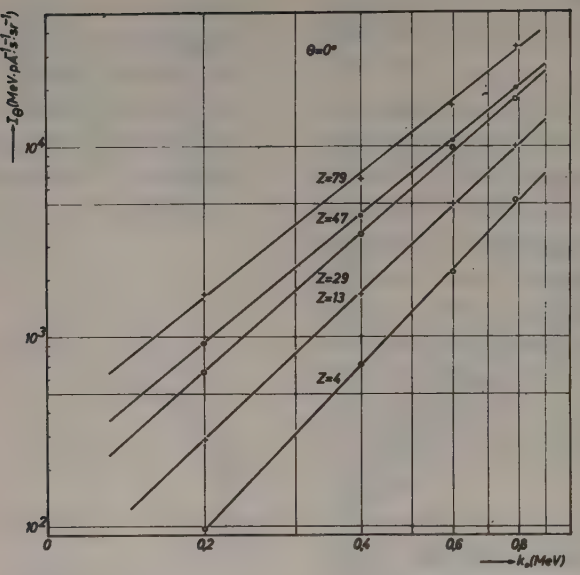

Abb. 41: Über die Photonenenergie integrierte spektrale Bremsstrahlintensität $I(\theta) = I_\theta$ für das Azimut $\theta = 0^o$ in Abhängigkeit von der Grenzenergie k_o mit Z als Parameter (log/log-Darstellung)

$Z = 4$: $I_{\theta=0^o} = 9{,}9 \cdot 10^3 \; T_o^{2{,}9}$ MeV·pA^{-1}s^{-1}sr^{-1} $= 0{,}23 \; \tilde{T}_o^{2{,}9}$ W·mA^{-1}sr^{-1}

$Z = 13$: $I_{\theta=0^o} = 1{,}8 \cdot 10^4 \; T_o^{2{,}6}$ " $= 0{,}52 \; \tilde{T}_o^{2{,}6}$ "

$Z = 29$: $I_{\theta=0^o} = 3{,}1 \cdot 10^4 \; T_o^{2{,}4}$ " $= 1{,}0 \; \tilde{T}_o^{2{,}4}$ "

$Z = 47$: $I_{\theta=0^o} = 3{,}3 \cdot 10^4 \; T_o^{2{,}2}$ " $= 1{,}2 \; \tilde{T}_o^{2{,}2}$ "

$Z = 79$: $I_{\theta=0^o} = 5{,}2 \cdot 10^4 \; T_o^{2{,}2}$ " $= 2{,}0 \; \tilde{T}_o^{2{,}2}$ "

Kinetische Primärenergie der Elektronen: T_o in MeV, $\tilde{T}_o$ in Einheiten von $m_o c^2$.

Zum Vergleich werden empirische Formeln von BUECHNER et al. [10] herangezogen, die aus Messungen mit einer Ionisationskammer bei Energien zwischen 1,25 und 2,35 MeV abgeleitet wurden:

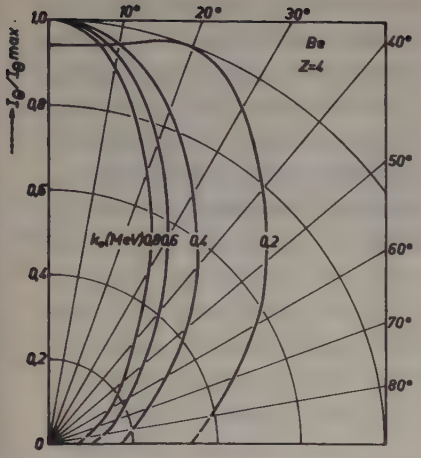

Abb. 42: $f_{0,2-0,8} = 1,03 \cdot 10^2$; $7,1 \cdot 10^2$; $2,2 \cdot 10^3$; $5,2 \cdot 10^3$

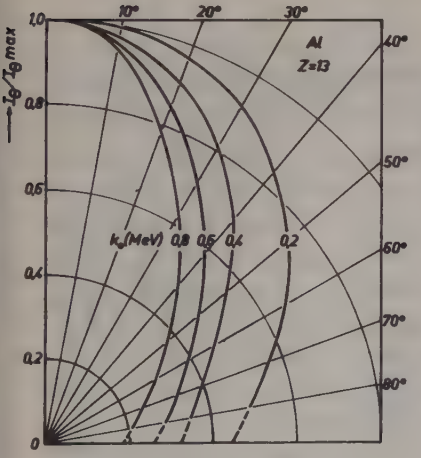

Abb. 43: $f_{0,2-0,8} = 2,9 \cdot 10^2$; $1,68 \cdot 10^3$; $5,0 \cdot 10^3$; $1,0 \cdot 10^4$

Z = 4:

$$I_{\theta=0^o} = 0,05\ \tilde{T}_o^{3,4}\ W \cdot mA^{-1} \cdot sr^{-1}$$

Z = 79:

$$I_{\theta=0^o} = 0,5\ \tilde{T}_o^{2,9}\ W \cdot mA^{-1} \cdot sr^{-1}$$

Die aus den vorliegenden Messungen abgeleiteten Formeln ergeben bei $T_o = 0,511$ MeV und $\theta = 0^o$ eine um den Faktor 4 größere integrale Bremsstrahlintensität als die Formeln von BUECHNER.

Die Abb. 42 bis 46 zeigen die Polardiagramme der räumlichen integralen Bremsstrahlintensität auf das Maximum normiert. Die Bildunterschriften enthalten die zur jeweiligen Grenzenergie gehörigen Normierungsfaktoren f_{k_o} in den Einheiten $MeV \cdot pA^{-1} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1}$.

Abb. 42 - 46:

Normierte, räumliche Verteilungen der integralen Bremsstrahlintensität für die verwendeten Elektronenenergien und Antikathoden. Die Umrechnung in absolute Intensitäten ($I(\theta) = I_\theta$ ($MeV \cdot pA^{-1} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1}$)) erfolgt mit den angegebenen Normierungsfaktoren f_{k_o} in der Reihenfolge zunehmender Grenzenergien k_o.

Aus diesen Intensitätsprofilen läßt sich die gesamte erzeugte Bremsstrahlungsintensität, die identisch dem mittleren totalen Energieverlust des Elektrons durch Strahlung ist, bestimmen.

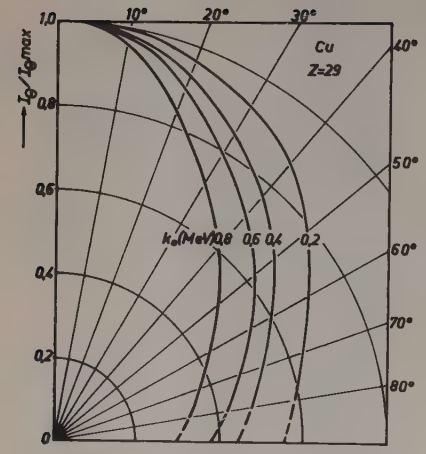

Abb. 44: $f_{0,2-0,8} = 6,5 \cdot 10^2$; $3,3 \cdot 10^3$; $9,8 \cdot 10^3$; $1,78 \cdot 10^4$

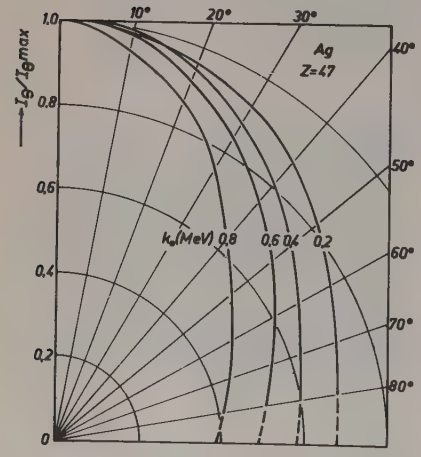

Abb. 45: $f_{0,2-0,8} = 9,3 \cdot 10^2$; $4,3 \cdot 10^3$; $1,07 \cdot 10^4$; $2,06 \cdot 10^4$

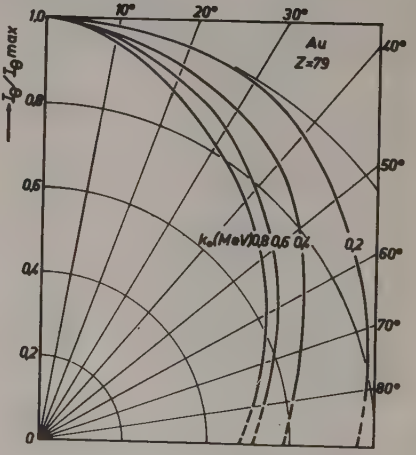

Abb. 46: $f_{0,2-0,8} = 1,7 \cdot 10^3$; $6,8 \cdot 10^3$; $1,7 \cdot 10^4$; $3,3 \cdot 10^4$

4.3 Abgestrahlte Gesamtintensität

Aus den Intensitätsprofilen ist zu ersehen, daß bei Antikathoden aus Elementen größerer Ordnungszahlen ein beträchtlicher Intensitätsanteil in den rückwärtigen Halbraum abgestrahlt wird. Da die winkelabhängigen spektralen Intensitätsverteilungen nur bis zu Azimuten von 80° gemessen wurden, können die Aussagen über die gesamte Bremsstrahlintensität für große Z-Werte nur Näherungscharakter tragen. Die Extrapolation der Kurven von Abb. 42 bis 46 bis $\theta = 180^{\circ}$ erfolgte nach zwei Methoden: Die Kurven wurden einmal in der Polarkoordinaten-Darstellung monoton so fortgesetzt, daß sie bei $\theta = 180^{\circ}$ senkrecht die Intensitätsachse trafen und zum anderen in linearer Darstellung aus dem Verlauf bei $\theta = 70$ bis 80° tangential extrapoliert. Der aus beiden Extrapolationen bestimmte mittlere Intensitätsverlauf diente zur graphischen Integration über den räumlichen Winkel θ. Man erhält so die in den Gesamtraum 4π pro sec und Stromeinheit abgestrahlte Energie I (Gesamtintensität)

$$I = \int_0^{\pi} I(\theta)\ 2\pi \sin\theta\, d\theta = \bar{I} \cdot 4\pi \ .$$

$\bar{I}$ ist die mittlere Intensität bezogen auf die Raumwinkeleinheit (Axialsymmetrie der Intensitätsverteilung I_{θ} um die Elektroneneinfallsrichtung wird vorausgesetzt).

Die Multiplikation der Ergebnisse mit dem Faktor $2{,}56 \cdot 10^{-20}$ ergibt I in den Einheiten VAs pro Elektron (Energie/Elektron). Diese sind in Abb. 47 als Funktion der Ordnungszahl ($I = I(Z)$) mit der Grenzenergie k_o als Parameter und in Abb. 48 als $I = I(k_o)$ mit Z als Parameter graphisch dargestellt. Aus der Abb. 47 könnte man innerhalb der Fehlergrenzen bei großen Z-Werten eine direkte Proportionalität zur Ordnungszahl ablesen. Die ausgezogenen Geraden in der log/log-Darstellung entsprechen $I \sim Z$. Macht man für die Abhängigkeit von der Grenzenergie k_o den Ansatz: $I \sim T_o^{\,n}$ (Beschleunigungsenergie der Elektronen T_o), so erhält man aus der graphischen Darstellung (Abb. 48) eine systematische Abnahme des Exponenten n mit zunehmender Ordnungszahl. Diese Systematik ist auch in den Gleichungen für die integrale Strahlungsintensität I_{θ} für $\theta = 0^{\circ}$ enthalten (siehe Kapitel 4.2) und kann mit Extrapolations-

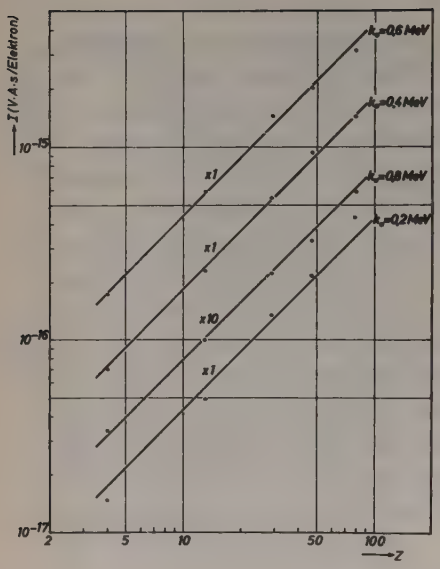

Abb. 47:

Die über den Gesamtraum 4π integrierte Bremsstrahlintensität I in der Einheit VAs pro Elektron in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z mit k_o als Parameter. Die ausgezogenen Kurven entsprechen $I \sim Z$. Für die Ordinatenwerte gelten die angegebenen Faktoren.

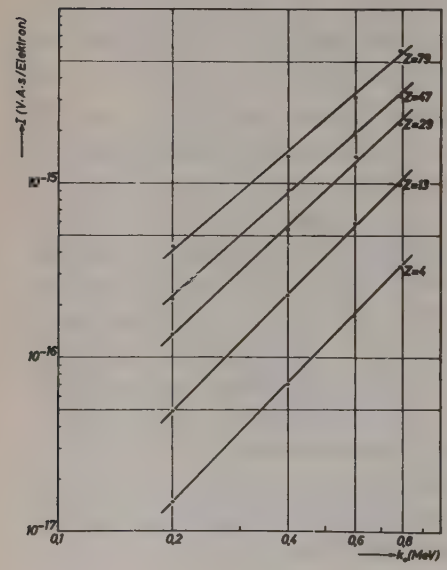

Abb. 48:

Die Gesamtbremsstrahlintensität I in der Einheit VAs pro Elektron in Abhängigkeit von der Grenzenergie k_o mit Z als Parameter.

fehlern allein nicht erklärt werden. Schreibt man die Ergebnisse zum Vergleich mit Angaben aus der Literatur in der Form

$$I = f(U_o, Z, j)$$

(U_o: Beschleunigungsspannung in kV, Z: Ordnungszahl, j: Elektronenstrom in mA), so erhält man für die verschiedenen Ordnungszahlen des Target-Materials folgende Gleichungen:

$Z = 4$ (Be): $I = 0{,}13 \cdot 10^{-6}\ U_o^{2{,}28} \cdot j \cdot Z_{Be}$ Watt ($\pm$ 4 %)

$Z = 13$ (Al): $I = 0{,}15 \cdot 10^{-6}\ U_o^{2{,}23} \cdot j \cdot Z_{Al}$ Watt ($\pm$ 5 %)

$Z = 29$ (Cu): $I = 0{,}47 \cdot 10^{-6}\ U_o^{2{,}08} \cdot j \cdot Z_{Cu}$ Watt ($\pm$ 8 %)

$Z = 47$ (Ag): $I = 0{,}95 \cdot 10^{-6}\ U_o^{1{,}96} \cdot j \cdot Z_{Ag}$ Watt ($\pm$ 10 %)

$Z = 79$ (Au): $I = 1{,}32 \cdot 10^{-6}\ U_o^{1{,}91} \cdot j \cdot Z_{Au}$ Watt ($\pm$ 15 %)

Die Fehler sind hauptsächlich Extrapolationsunsicherheiten. Aus der KRAMERschen Theorie folgt:

$$I = 0{,}92 \cdot 10^{-6}\ U_o^{2} \cdot j \cdot Z \text{ Watt}\ .$$

Das entspricht einer oben angegebenen Gleichung für eine mittlere Ordnungszahl. JAEGER [22] gibt eine Formel an, nach der unterhalb 1 MV Röhrenspannung die gesamte ungefilterte Strahlungsleistung

$$I = 3 \cdot 10^{-6}\ U_o^{1{,}75} \cdot j \cdot Z \text{ Watt}$$

sein soll.

Trägt man, wie in Abb. 49 geschehen, die durch die Ordnungszahl dividierte abgestrahlte Gesamtintensität I/Z in der Einheit VAs pro Elektron in Abhängigkeit von der Grenzenergie k_o im log/log-Maßstab auf, so entspricht die ausgezogene Gerade der Formel von JAEGER und die unterbrochene der hier gefundenen Gleichung für Be-Targets, die mit dem geringsten Fehler behaftet ist.

Die Abweichungen der Meßergebnisse gegenüber den nach der Formel von JAEGER berechneten treten deutlich in Erscheinung.

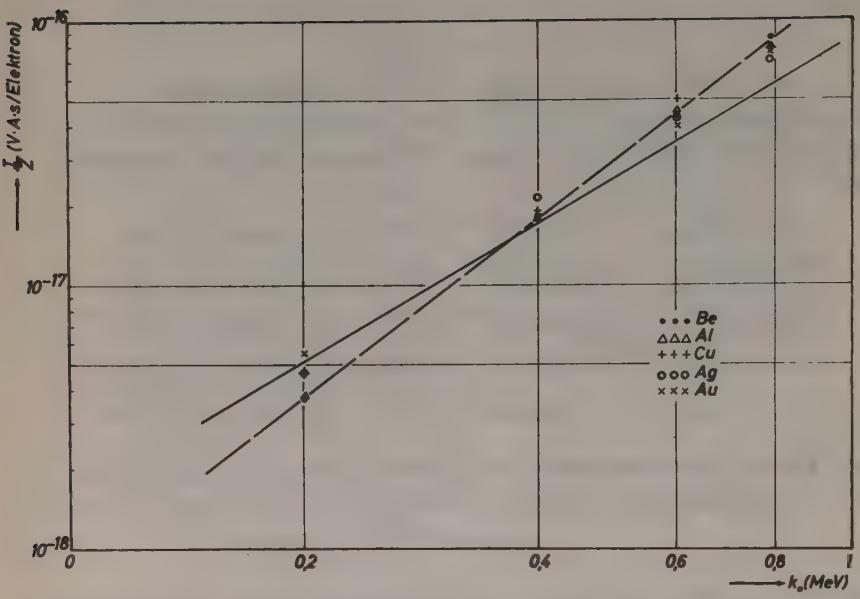

Abb. 49: Die durch die Ordnungszahl dividierte Gesamt-Bremsstrahlintensität I/Z in Abhängigkeit von der Elektronenprimärenergie ($T_o = k_o$). Die ausgezogene Kurve ist nach der Formel von JAEGER [22] berechnet. Die unterbrochen gezeichnete Gerade (log/log-Darstellung) ist eine Ausgleichskurve der Meßwerte für Beryllium-Antikathoden.

4.5 Wirkungsgrad der Bremsstrahlungserzeugung

In Abb. 50 ist der Wirkungsgrad η (in %) der Bremsstrahlungserzeugung, wie er sich aus der hier bestimmten abgestrahlten Gesamtintensität I (Watt.s·elektron^{-1}) und der Elektronenenergie ergibt, in Abhängigkeit von der Grenzenergie für die verschiedenen Antikathoden graphisch dargestellt (leere Kreise, unterbrochene Geraden). Ergebnisse der Berechnungen von KIRKPATRICK und WIEDMANN [9] nach der Theorie von SOMMERFELD bis k_o = 90 keV (Geraden mit Kreuzen) und nach der von JAEGER [22] angegebenen Näherungsformel berechnete

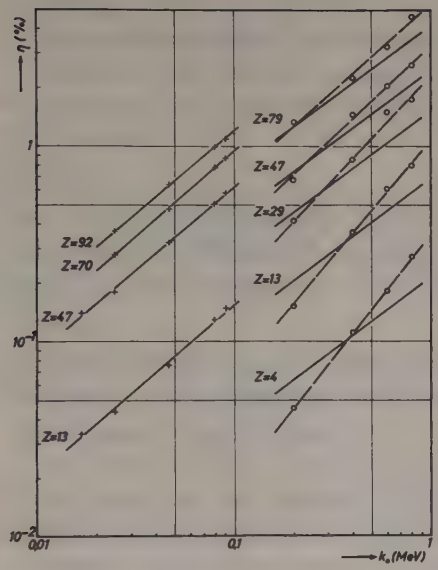

Abb. 50:
Der Wirkungsgrad der Bremsstrahlungserzeugung η (in %) als Funktion der Grenzenergie mit Z als Parameter. Berechnete Werte von KIRKPATRICK [9] ($k_o < 0,1$ MeV): Kreuze, berechnet nach der Formel von JAEGER [22] ($k_o > 0,1$ MeV): ausgezogene Geraden, eigene Meßwerte: leere Kreise mit unterbrochenen Geraden.

Kurven (ausgezogene Geraden) sind zum Vergleich mit eingetragen. Die Meßwerte liegen durchweg unter einer Extrapolation der von KIRKPATRICK berechneten Werte. - Ein Ergebnis, das auch für $k_o \leq 100$ keV in [9] angegeben ist. - Es deutet sich jedoch für kleinere Ordnungszahlen (Z = 13) ein Schnitt mit den Meßkurven bei Grenzenergien um 1 MeV an. Bezüglich der nach [22] berechneten Wirkungsgrade sind die hier gemessenen Werte ab ca. 0,15 - 0,4 MeV größer und steigen stärker mit zunehmender Elektronenenergie an, wie dies auch schon in Abb. 49 zum Ausdruck kam. Mit steigender Ordnungszahl des Antikathodenmaterials verschiebt sich der Überschneidungspunkt zu kleineren Grenzenergien hin, während sich der Anstieg der Meßkurven abflacht.

5. Fehlerbetrachtungen

Die Fehler bei der Bestimmung der Elektronenenergie, geometrischer Größen, wie Raumwinkel, Azimut und Schwächungslängen, sowie die der Schwächungskoeffizienten, liegen bei 1 % und darunter. Sie sind gegenüber den nachfolgende zu diskutierenden vernachlässigbar.

Aufgrund der etwa gleichen benutzten Zählrate bei der Messung der Impulshöhenspektren geht der Elektronenstromfehler in die Intensitätsverteilungen mit unterschiedlichen Werten zwischen 1,5 - 3 % ein, und zwar abhängig vom Anzeigebereich des Strommeßinstruments.

Die statistischen Fehler ändern sich innerhalb der einschließlich des Untergrundes gemessenen Impulshöhenspektren. Sie betragen bis zur Spektrenmitte etwa 2 % und weniger, haben bei $k \approx 0{,}8\ k_o$ ca. 3 - 6 % erreicht und wachsen dann auf Werte von 10 - 15 % zur hochenergetischen Grenze hin an. Diese Angaben sind von der Form der Spektren abhängig. Bei der Berechnung der Impulshöhenverteilung P_ε aus bis zu vier benachbarten Kanalinhalten $P(\varepsilon)\Delta\varepsilon$ geht der relative Fehler $(\sqrt{P(\varepsilon)\Delta\varepsilon})^{-1}$ über in $\approx 2\cdot(\sqrt{P(\varepsilon)\Delta\varepsilon})^{-1} = 7\cdot(\sqrt{P_\varepsilon})^{-1}$. Bei der Untergrund-Subtraktion erhöhten sich die Fehler am kurzwelligen Ende beträchtlich.

5.1 Fehlerfortpflanzung bei der Iterationsmethode

Eine Beantwortung der Frage, wie sich bei der Entfaltung Fehler in der Impulshöhenverteilung und der Spektrometer-Anregungsfunktion auf die Photonen- bzw. Intensitätsverteilung auswirken, ist bisher allgemein noch nicht erfolgt. Sie wird von der speziellen Lösungsmethode der Entfaltungsgleichung (Integralgleichung) abhängen. Fast alle Autoren führen diese Integralgleichung in eine Matrixgleichung

$$P = M \cdot N \qquad (5.1)$$

über. Eine Komponente P_m des "Meßvektors" P ist der Mittelwert im m-ten Intervall $\Delta\varepsilon$ der Impulshöhenverteilung, N_m als Komponente des "Lösungsvektors" ist der Mittelwert im m-ten Intervall Δk der Photonenverteilung. M ist die Spektrometermatrix, in deren Elementen a_{mn} sich die Fehler der Anregungsfunktion wiederfinden.

RAND [23] hat nachgewiesen, daß bei der Lösung von (5.1) durch Matrixinversion Oszillationen der Lösungskomponenten durch die Methode bedingt sind. Es ist bekannt und wurde in Testrechnungen bestätigt, daß bei der Lösung von Gleichung (5.1) mit dem Gaußschen Algorithmus Fehler von 10^{-4} in den Komponenten von P sinnlose Oszillationen in N zur Folge haben.

Für das hier benutzte Iterationsverfahren soll die Fehlerfortpflanzung im folgenden in Näherung untersucht werden. Die speziellen Eigenschaften der Matrix vereinfachen das Problem.

M ist quadratisch mit i Zeilen und Spalten. P habe j <i Komponenten. Die Gleichung für die v-te Iteration ist

$$N^{(v)} = N^{(v-1)} + e(P - MN^{(v-1)}) \quad . \tag{5.2}$$

Der skalare Faktor e konnte identisch 1 gesetzt werden (vgl. SKARSGARD [16]). Dann kann (5.2) umgeschrieben werden in

$$N^{(v)} = (E - M)\, N^{(v-1)} + P \quad . \tag{5.3}$$

E ist die Einheitsmatrix. Die Elemente von (E - M) werden mit b_{mn} bezeichnet. Zwischen ihnen und den a_{mn} der Matrix M bestehen die Beziehungen

$$\begin{aligned} b_{mn} &= -a_{mn} \quad \text{für } m \neq n \\ b_{mn} &= 1-a_{mn} \quad \text{für } m = n \quad . \end{aligned} \tag{5.4}$$

Im 1. Schritt wird $N^{(v-1)} = P$ gesetzt. Die m-te Komponente von $N^{(1)}$ ist dann

$$N_m^{(1)} = \sum_{n=1}^{j} b_{mn} \cdot P_n + P_m \quad . \tag{5.5}$$

Für den Fehler erhält man

$$(\Delta N_m^{(1)})^2 = \sum_{n=1}^{j} (P_n \Delta b_{mn})^2 + \sum_{n=1}^{j} (b_{mn} \Delta P_n)^2 + (\Delta P_m)^2 \quad . \tag{5.6}$$

Die Spektrometermatrix M ist folgendermaßen aufgebaut (HASHMI [11]): Unterhalb der Hauptdiagonalen gilt

$a_{m,m-l} = 0$ für $l > 1, 2, \ldots, 9$ ansteigend mit wachsender Zeilenzahl $m = 1, 2, \ldots, i(= 50)$.

In Abb. 51 sind die Hauptdiagonalelemente a_{mm} und b_{mm} von M bzw. (E-M) sowie die Nachbarelemente $a_{m,m-1}$ und $a_{m,m+1}$ in Abhängigkeit von m graphisch dargestellt. Die übrigen Elemente

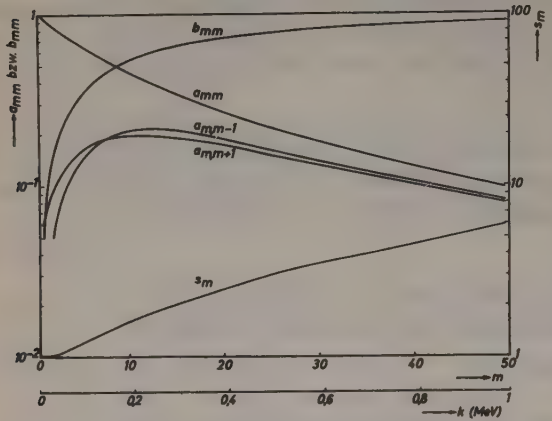

Abb. 51:
Abhängigkeit der größten Elemente der Spektrometermatrix M und der zugehörigen Matrix (E-M) von der Zeilenzahl bzw. der zugeordneten mittleren Photonenenergie k (linke Ordinate). Der "Fehlerverstärkungsfaktor" s_m als Funktion der Photonenenergie (rechte Ordinate).

sind von der Größenordnung 10^{-2} und kleiner. Die relativen Fehler der a_{mn} seien gleich groß. Wegen (5.4) gilt

$$\left|\Delta b_{mn}\right| = \left|\Delta a_{mn}\right| \quad . \tag{5.7}$$

Man kann daher die Summen in (5.6) auf die drei wesentlichen Summanden beschränken. Macht man die Annahmen

$$P_{m-1} \approx P_m \approx P_{m+1} \quad \text{und} \quad \left|\Delta P_{m-1}\right| \approx \left|\Delta P_m\right| \approx \left|\Delta P_{m+1}\right| \; , \tag{5.8}$$

nicht sehr steiler P-Verlauf, so folgt als Näherung aus (5.6):

$$(\Delta N_m^{(1)})^2 \approx (P_m)^2 \, (\Delta b_{m,m-1}^2 + \Delta b_{mm}^2 + \Delta b_{m,m+1}^2)$$

$$+ (\Delta P_m)^2 \, (b_{m,m-1}^2 + b_{mm}^2 + b_{m,m+1}^2) + (\Delta P_m)^2 \; ,$$

mit entsprechenden Abkürzungen

$$(\Delta N_m^{(1)})^2 \approx (P_m)^2 \cdot \Delta c_m + (\Delta P_m)^2 \cdot (c_m + 1) \; . \tag{5.9}$$

Aus der 2. Iteration

$$N_m^{(2)} = \sum_{n=1}^{j} b_{mn} \, N_n^{(1)} + P_m \tag{5.10}$$

folgt für den Fehler nach der Reduktion auf 3 Summanden und

mit den allgemein geschriebenen Annahmen für benachbarte Größen

$$N_{m-1}^{(v)} \approx N_m^{(v)} \approx N_{m+1}^{(v)}; \quad \left|\Delta N_{m-1}^{(v)}\right| \approx \left|\Delta N_m^{(v)}\right| \approx \left|\Delta N_{m+1}^{(v)}\right| : \tag{5.11}$$

$$(\Delta N_m^{(2)})^2 \approx (N_m^{(1)})^2 \, \Delta c_m + (\Delta N_m^{(1)})^2 \, c_m + (\Delta P_m)^2 \, . \tag{5.12}$$

Setzt man hier $(\Delta N_m^{(1)})^2$ aus Gleichung (5.9) ein und benutzt die Tatasache, daß sich eine Komponente von $N_m^{(v)}$ nur um einen Faktor $q_m^{(v)}$ von P_m unterscheidet

$$N_m^{(v)} = q_m^{(v)} P_m \, , \tag{5.13}$$

so erhält man

$$(\Delta N_m^{(2)})^2 \approx (P_m)^2 \, \Delta c_m (q_m^{(1)} + c_m) + (\Delta P_m)^2 \, (1 + c_m + c_m^2) \, . \tag{5.14}$$

Die 3. Iteration liefert mit den gleichen Abkürzungen und Annahmen (5.11) und (5.13) nach Einsetzen von (5.14)

$$(\Delta N_m^{(3)})^2 \approx (P_m)^2 \, \Delta c_m (q_m^{(2)} + q_m^{(1)} c_m + c_m^2) + (\Delta P_m)^2 (1 + c_m + c_m^2 + c_m^3) . \tag{5.15}$$

Allgemein gilt dann

$$\begin{aligned}(\Delta N_m^{(v)})^2 \approx (P_m)^2 \, \Delta c_m (q_m^{(v-1)} + q_m^{(v-2)} c_m + q_m^{(v-3)} c_m^2 + \ldots + q_m^{(1)} c_m^{v-2} + c_m^{v-1}) \\ + (\Delta P_m)^2 \, (1 + c_m + c_m^2 + c_m^3 + \ldots + c_m^v)\end{aligned} \tag{5.16}$$

mit den oben eingeführten Abkürzungen

$$c_m = b_{m,m-1}^2 + b_{mm}^2 + b_{m,m+1}^2$$

und

$$\begin{aligned}\Delta c_m &= (\Delta b_{m,m-1})^2 + (\Delta b_{mm})^2 + (\Delta b_{m,m+1})^2 \\ &= (\Delta a_{m,m-1})^2 + (\Delta a_{mm})^2 + (\Delta a_{m,m+1})^2 \, .\end{aligned}$$

Da $0 < c_m < 1$ ist, konvergiert die im 2. Summanden von Gleichung (5.16) auftretende (geometrische) Reihe. Ihr Grenzwert für $v \to \infty$ ist

$$s_m = \frac{1}{1 - c_m} \tag{5.17}$$

und kann als "Fehlerverstärkungsfaktor" für $(\Delta P_m)^2$ gedeutet werden. Die Reihe im ersten Term von (5.16) konvergiert ebenfalls für endliche $q_m^{(v)}$. Klammert man den größten Wert der $q_m^{(v)}$ aus, so ist die Konvergenz stärker als die der geometrischen Reihe, und es kann wiederum s_m als obere Grenze der Fehlerverstärkung gesetzt werden.

Den Wertebereich der $q_m^{(v)}$ entnimmt man dem Vergleich von Impulshöhenverteilungen mit entsprechenden Photonenverteilungen. Bei den vorliegenden Rechnungen war $0{,}7 < q_m^{(v)} < 2$ (die hochenergetische Grenze und Unstetigkeiten im Bereich der Eigenstrahlung ausgenommen).

Die Fehlerabschätzung ergibt somit

$$(\Delta N_m^{(v)})^2 \approx (P_m)^2 \cdot q \cdot \Delta c_m \; s_m + (\Delta P_m)^2 \cdot s_m \qquad (5.18)$$

mit

$$q = N_m^{(v)}/P_m = q_m^{(v)} \quad \text{für} \quad q_m^{(v)} > 1 \quad \text{sonst} \quad q = 1$$

und für den Relativ-Fehler

$$\delta N_m^{(v)} = \pm\sqrt{\frac{\Delta c_m}{q_m^{(v)}} \cdot s_m + \left(\frac{\delta P_m}{q_m^{(v)}}\right)^2 s_m} \quad \text{für} \quad q_m^{(v)} \geq 1$$

bzw. (5.19)

$$\delta N_m^{(v)} = \pm\sqrt{\frac{\Delta c_m}{(q_m^{(v)})^2} \cdot s_m + \left(\frac{\delta P_m}{q_m^{(v)}}\right)^2 \cdot s_m} \quad \text{für} \quad 0 < q_m^{(v)} < 1 \; .$$

Der Verlauf des Faktors s_m in Abhängigkeit von der Zeilenzahl m und damit auch von der Photonenenergie k im Spektrum ist in Abb. 51 mit der rechten Ordinate angegeben.

Wichtig für die Anwendung des Iterationsverfahrens ist zunächst die Konvergenz des Fehlers. Gleichung (5.19) weist aber auch auf die "kritischen Bereiche" in der Photonenverteilung hin. Für $q_m^{(v)} \to 0$, z.B. an der hochenergetischen Spektrengrenze oder bei monoenergetischen Strahlern im Compton-Kontinuum ist $\delta N_m^{(v)}$ nicht mehr definiert.

Infolge der statistischen Schwankungen der Meßwerte treten unter den P-Komponenten vereinzelt Abweichungen von 2 bis

3facher Größe des statistischen Fehlers auf. Damit sind die Voraussetzungen (5.8) und (5.11) für die Fehler nicht mehr erfüllt. Man muß die Auswirkung dieser Abweichung auf die entsprechende N-Komponente und auf deren Nachbarkomponenten untersuchen. Dazu ist es erforderlich, einzelne Iterationen für die Fehler mehrerer benachbarter Komponenten $(\Delta N_\alpha^{(v)})^2$ mit $(\alpha = m - 3 \ldots m + 3)$ nebeneinander von Gleichung (5.6) ausgehend auszuführen. Die Reduktion auf nur 3 Summanden muß hier auch vorgenommen werden. - Man vernachlässigt den Fehler der Matrixelemente Δb_{mn}. - $(\Delta P_\alpha)^2$ wird für obige α-Werte konstant gleich einer mittleren Abweichung angenommen bis auf $(\Delta P_m)^2 = (t\Delta P_\alpha)^2$. Man erhält nach 2 Iterationen einen Ausdruck, der für $\Delta N_m^{(v)}$ eine Abschätzung der oberen Grenze zuläßt. Es wird

$$(\Delta N_m^{(v)})^2 \lesssim t^2 \cdot s_m (\Delta P_\alpha)^2 \qquad (5.20)$$

(s_m nach Gleichung 5.17). Die Abweichung in der P-Verteilung wirkt sich durch s_m verstärkt in der N-Verteilung an der entsprechenden Stelle aus.

Für die Nachbarkomponenten von $N_m^{(v)}$ erhält man

$$(\Delta N_{m-1}^{(v)})^2 \approx (\Delta N_{m+1}^{(v)})^2 \lesssim t^2 \cdot s_m \cdot (b_{m,m-1})^2 \cdot (\Delta P_\alpha)^2 \; . \qquad (5.21)$$

$b_{m,m-1}$ ist ein neben der Hauptdiagonalen liegendes Element der Matrix M $(b_{m,m-1})^2 = (a_{m,m-1})^2$ (vgl. Abb. 51). Der Faktor t wird auf 0,2·t bis 0,1·t abgeschwächt. Die Auswirkung des größeren Fehlers ΔP_m auf die Nachbarkomponenten von N_m kann also vernachlässigt werden.

Durch die Annahme der gleichen mittleren Absolutabweichungen $|\Delta P_\alpha|$ über mehrere Intervalle in der Impulshöhenverteilung liegt hier nur eine grobe Annäherung an die wahren Verhältnisse vor. Das Ergebnis jedoch rechtfertigt es, von unausgeglichenen Impulshöhenverteilungen bei der Lösung der Matrix-Gleichung (5.1) mit dem Iterationsverfahren auszugehen. Es erklärt auch das Resultat der in Kapitel 3.5 beschriebenen Testrechnungen zum Abbruch des Impulshöhenspektrums (Abb. 6).

Die Abschätzung ist nicht mehr so übersichtlich, wenn die Anregungsfunktion des Spektrometers Matrixelemente in M ober-

halb der Hauptdiagonalen ergibt, die vergleichbar groß mit den Diagonalelementen sind. Dies liegt bei noch größeren Grenzenergien bzw. bei kleinen Detektorkristallen vor.

Die Fehler der Matrixelemente gehen nach Gleichung (5.19) mit ihrem Absolutwert in den relativen Fehler von N ein. Entscheidend sind die Hauptdiagonalelemente. Man erhält mit einem $\delta a_{mm} = 10\ \%$

für m = 5 entsprechend k = 0,09 MeV einen Fehler $\delta N_m^{(v)} \approx 8\ \%$ ($\delta P = 0$),

für m = 20 entsprechend k = 0,39 MeV ein $\delta N_m^{(v)} \approx 6\ \%$,

für m = 35 entsprechend k = 0,69 MeV ein $\delta N_m^{(v)} \approx 2\ \%$.

Die Auswirkung dieser Fehler nimmt mit steigender Photonenenergie ab.

Für die Elemente der hier benutzten Matrix wird für $m < 5$ ein größerer systematischer Fehler von ca. 10 % angenommen, der hauptsächlich durch die nichtlineare Impulshöhen-Photonenenergie-Zuordnung bedingt ist, für $m > 5$ ist der Fehler 2 % und kleiner.

Alle hier berücksichtigten Unsicherheiten zusammengefaßt ergeben innerhalb der Intensitätsverteilungen folgende Fehler der Einzelwerte: unterhalb 0,1 MeV ca. 10 - 5 %, im mittleren Spektralbereich 2 - 5 % und ab 0,75 k_o 5 - 100 %. Dabei gibt die Reihenfolge der Zahlenwerte die abfallende bzw. ansteigende Tendenz in Richtung zunehmender Photonenenergie an. Durch den graphischen Ausgleich werden diese Werte verkleinert (Faktor ca. 0,3 für den rein statistischen Anteil).

Für die über die Photonenenergie k integrierte Intensität beträgt der Fehler 5 bis 10 % und der Gesamtstrahlungsverlust pro Elektron ca. 6 bis 15 %, abhängig vom Antikathoden-Material und der Beschleunigungsspannung.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden absolute spektrale und räumliche Intensitätsverteilungen der Röntgenbremsstrahlung im Energiegebiet zwischen 0,2 und 0,8 MeV von dicken Antikathoden der Ordnungszahlen Z = 4, 13, 29, 47 und 79 bei Azimutwinkeln zwischen 0° und 80° angegeben.

Die Untersuchungen wurden mit einer im I. Physikalischen Institut der Freien Universität Berlin gebauten Strahlungsquelle (Van de Graaff-Generator und Elektronenbeschleunigungsröhre) durchgeführt. Eine Spannungs- und Elektronenstromregelung wurde entwickelt und gebaut. Die erzielte Spannungskonstanz beträgt 2 - 3 ‰, die Stromkonstanz 1 - 1,5 %. Mit einer Elektronenbeugungseinrichtung erfolgte die Spannungsmessung auf 3 ‰.

Die spektralen Verteilungen der Röntgenbremsstrahlung wurden mit einem Szintillationsspektrometer gemessen.

Korrekturen für Zählverluste, den Untergrund und die Photonenschwächung auf dem Wege Antikathode - Detektorkristall wurden berücksichtigt. Die Korrektur bezüglich der Photonenschwächung in der Antikathode wird mit Hilfe spezieller Annahmen für die Verteilung der Entstehungsorte der Photonen im Target durchgeführt. Die angegebenen Intensitäten sind auf den gesamten einfallenden Elektronenstrom bezogen.

Ein durch Extrapolation vorgenommener Vergleich gemessener absoluter spektraler Intensitäten mit einem Meßpunkt von MILLER et al. [7] bei 1,4 MeV (Wolfram-Antikathode) gibt eine befriedigende Übereinstimmung.

Die Kurven der spektralen Intensitätsverteilungen sind im mittleren und oberen Spektralbereich je nach Ordnungszahl des Targetmaterials und Grenzenergie verschieden konvex nach unten oder oben gekrümmt. Sie weichen also von dem nach der KRAMER-KULENKAMPFFschen Theorie gegebenen linearen Verlauf ab. Bei diesem Vergleich ist zu berücksichtigen, daß die genannte Theorie die Rückdiffusion der Elektronen nicht enthält und die vorliegenden Meßergebnisse auch nicht dahingehend korrigiert worden sind.

Für verschiedene Grenzenergien und Ordnungszahlen werden Isochromaten angegeben. Bei Antikathoden kleiner Ordnungszahlen erkennt man qualitativ die Änderung des Winkels Θ für das Maximum der spektralen Intensität mit zunehmender Grenzenergie zu kleineren Winkeln hin.

Durch Integration über die Photonenenergie wurde die Verteilung der räumlichen integralen Intensität berechnet. Die weitere Integration über das Azimut ergab den mittleren totalen Strahlungsverlust pro Elektron. Diese Größe durch Z dividiert zeigt eine systematische Abhängigkeit von der Ordnungszahl.

Die ermittelten Wirkungsgrade der Bremsstrahlungserzeugung werden mit Rechnungen von KIRKPATRICK [9] und nach einer von JAEGER [22] angegebenen Formel verglichen. Die nach [22] berechnete Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Elektronenenergie verläuft flacher als die eigenen Meßwerte.

Für das hier benutzte Iterationsverfahren zur Entfaltung der Impulshöhenspektren wird eine Abschätzung der Fehlerfortpflanzung angegeben, die es rechtfertigt, bei dieser Lösungsmethode von unausgeglichenen Impulshöhenspektren auszugehen.

7. Literaturverzeichnis

[1]	STEPHENSEN, S.T.	Handbuch der Physik, Bd. 30, S. 337 ff, Berlin: Springer 1957
[2]	KOCH, H.W. und MOTZ, J.W.	Rev. Mod. Phys. 31 (1959) 920
[3]	KLASMEIER, G.	Diss. Würzburg 1962
[4]	MOTZ, J.W.	Phys. Rev. 100 (1955) 1560
[5]	BLOCHIN, M.A.	Physik der Röntgenstrahlen, Kap. 2, S. 63 ff, Berlin: VEB Verlag Technik 1957
[6]	BLUNCK, O.	Ann. Phys. 9 (1951) 373
[7]	MILLER, W.; MOTZ, J.W. und CIALELLA, C.	Phys. Rev. 96 (1954) 1344
[8]	EHRLICH, M.	J. Res. Nat. Bur. stand. 54 (1955) 107
[9]	KIRKPATRICK, P. und WIEDMANN, L.	Phys. Rev. 67 (1945) 321
[10]	BUECHNER, W.W.; Van de GRAAFF, R.J.; BURRILL, E.A. und SPERDUTO, A.	Phys. Rev. 74 (1948) 1348
[11]	HASHMI, R.A.	Diss. Freie Universität Berlin 1965
[12]	JAKSCHIK, J.	Dipl. Arb. I. Physikal. Institut Freie Universität Berlin 1959
[13]	MÜLLER-WARMUTH, W.	Z. angew. Phys. 10 (1958) 497
[14]	SPENCER, L.V.	Phys. Rev. 98 (1955) 1597
[15]	PAUL, W. und FRANK, H.	Landolt-Börnstein Bd. I/5 Atomkerne, S. 336 und 335 Berlin: Springer 1952
[16]	SKARSGARDS, L.D.; JOHNS, H.E. und GREEN, L.E.S.	Rad. Res. 14 (1961) 261
[17]	WHITE-GRODSTEIN, G.	NBS Circular No. 583 (1957)
[18]	KULENKAMPFF, H.	Ann. Phys. 87 (1928) 494
[19]	MOTZ, J.W.; MILLER, W. und WYCKOFF, H.O.	Phys. Rev. 89 (1953) 968

[20] EDELSACK, E.A.; KREGER, W.E.; MALLET, W. und SCOFIELD, N.E. — Health. Phys. 4 (1960) 1

[21] FUCHS R. und KULENKAMPFF, H. — Z. Phys. 137 (1954) 538

[22] JAEGER, R.G. — Dosimetrie und Strahlenschutz S. 137, Stuttgart: Thieme 1959

[23] RAND, R.E. — Nucl. Instr. and Methods 17 (1962) 65

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. H. Lassen, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein förderndes Interesse bei ihrer Durchführung.

Meinen Kollegen im I. Physikalischen Institut gilt der Dank für viele anregende Diskussionen, Herrn H. Einenkel für die Mithilfe beim Bau elektronischer Einrichtungen, Herrn stud. phys. P. Hentschke für die umfangreiche Mitarbeit bei der Auswertung und den Angehörigen der Institutswerkstatt für den Bau mechanischer Teile.

Die Entfaltung der Impulshöhenspektren wurde an der elektronischen Rechenanlage des Hahn-Meitner-Instituts, Sektor Mathematik, durchgeführt. Herrn Dr. André und Herrn Dr. Winkler danke ich für die Programmierung und Ratschläge zur numerischen Rechnung.

Die Korrekturrechnungen erfolgten an der elektronischen Rechenmaschine des Instituts für Theoretische Physik der Freien Universität. Herrn Prof. Dr. Penzlin danke ich für die zur Verfügung gestellte Rechenzeit.

Lebenslauf

Am 30. 8. 1930 wurde ich in Gorasdze, jetzt Waldenstein/O.S. geboren. Dort besuchte ich vier Jahre die Grundschule und dnach bis 1945 die Moltke-Oberschule in Oppeln. Anschließend war ich ein Jahr Schüler der Oberschule in Rochlitz und bis zur Reifeprüfung im Juli 1949 Internatsschüler der Oberschule in Löbau/Sa. Von 1949 bis 1950 war ich als Lehramtsbewerber an der Oberschule in Falkenstein tätig.

Vom Wintersemester 1950/51 an studierte ich an der Freien Universität Berlin und legte im Juli 1959 die Diplom-Prüfung für das Fach Physik ab. Seit dem 1. August 1961 bin ich als Assistent am I. Physikalischen Institut der Freien Universität beschäftigt.

Während des Studiums habe ich Vorlesungen, Übungen und Praktika bei den folgenden Herrn Professoren und Dozenten belegt: A. Dinghas, G. Engel, R. Honerjäger, E. Jacobsthal, H. Lassen, H. Lichte, R. Lorenz, G. Ludwig, H. Ostmann, M. Päsler, M. Richter, R. Ritter, E. Ruska, G. Schenk, W. Stein, K. Überreiter.